



درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

پاسخ سوالات ریاضی ۲ - حسابان - دیفرانسیل

۱۰۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$ ، از ناحیه اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) $a \leq 2$ (۲) $0 < a \leq 2$ (۳) $2 < a < 3$ (۴) $0 < a < 3$

۱۰۱- گزینه ۱

$$0 > (x^2) \Rightarrow a-3 < 0 \Rightarrow a < 3 \quad (1)$$

اگر دو ریشه داشته باشد باید هر دو منفی باشد که داریم:

$$\Delta > 0 \rightarrow a^2 + 4a - 12 > 0 \rightarrow (a-2)(a+6) > 0 \Rightarrow a > 2, a < -6 \quad (2)$$

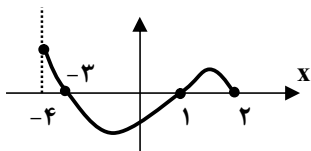
$$p = \alpha\beta > 0 \Rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{-1}{a-3} > 0 ; S = \alpha + \beta < 0 \Rightarrow s = -\frac{b}{a} = \frac{-a}{a-3} < 0 \rightarrow -a > 0 \Rightarrow a < 0 \quad (3)$$

که اشتراک (۱) و (۲) و (۳) برابر $a < -6$ می‌شود. حال فرض می‌کنیم فاقد ریشه یا ریشه مضاعف باشد داریم:

$$\Delta \leq 0 \rightarrow a^2 + 4a - 12 \leq 0 \rightarrow (a-2)(a+6) \leq 0 \Rightarrow -6 \leq a \leq 2 \quad (4)$$

که اشتراک (۱) و (۴) برابر $-6 \leq a \leq 2$ است و اجتماع دو بازه برابر $a \leq 2$ می‌باشد.

۱۰۲- شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه‌ی تابع $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



(۱) $[0, 2]$

(۲) $[-3, 2]$

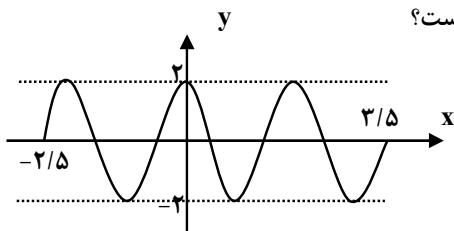
(۳) $[-4, -3] \cup [1, 2]$

(۴) $[-3, 0] \cup [1, 2]$

۱۰۲- گزینه ۴ در بازه $[-4, -3]$ ، y مثبت و x منفی است که $xf(x)$ منفی می‌شود و قابل قبول نمی‌باشد. در بازه $[-3, 0]$ ، y منفی و x هم

منفی است که $xf(x)$ مثبت می‌شود و قابل قبول است. و در بازه $[1, 2]$ هم x و هم y مثبت هستند که قابل قبول است.

۱۰۳- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(\frac{1}{\pi} + bx)$ است. a, b کدام است؟



(۱) ۲

(۲) $2/5$

(۳) ۳

(۴) $3/5$

۱۰۳- گزینه ۱ چون برد تابع $[-2, 2]$ است و برد تابع سینوس $[-1, 1]$ است پس $a = 2$ است. $y = 2 \sin(\frac{1}{\pi} + bx) \rightarrow y = 2 \cos \pi bx$

$$\begin{cases} x = -2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{-5\pi}{2} b = 0 \\ x = 3/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{7\pi}{2} b = 0 \end{cases} \rightarrow b = 1 \quad \text{و یا} \quad T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \rightarrow b = 1$$

از طرفی طبق شکل دوره تناوب ۲ است و داریم:

۱۰۴- از هر یک از ۶ منطقه کشوری، ۱۵ دانش آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ دانش آموز از بین آن‌ها که دو به دو غیر هم منطقه‌ای هستند انتخاب کرد؟

(۴) ۷۶۵۰۰

(۳) ۷۵۶۰۰

(۲) ۶۷۵۰۰

(۱) ۵۷۶۰۰

۱۰۴- گزینه ۲ ابتدا ۳ منطقه از ۶ منطقه را انتخاب می‌کنیم. و سپس از هر منطقه انتخاب شده یک دانش آموز را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{6}{3} \times 15 \times 15 \times 15 = 67500$$

۱۰۵- اگر α, β ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت $\{1 + \frac{1}{\alpha}, 1 + \frac{1}{\beta}\}$ است؟

$$4x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (4) \quad 4x^2 - 5x - 1 = 0 \quad (3) \quad 4x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (2) \quad 4x^2 - 5x + 1 = 0 \quad (1)$$

۱۰۵- گزینه ۳ $\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \alpha\beta = -2; S' = \alpha' + \beta' = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 2 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 = \frac{5}{4}, P' = \alpha' \beta' = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1 = -\frac{1}{4}$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{4x^2 - 5x - 1 = 0}$$

۱۰۶- مجموعه جواب نامعادله $|x - 4| < 2x - 5$ کدام است؟

$$(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5) \quad (4) \quad (1, 5) \cup (1 + \sqrt{6}, +\infty) \quad (3) \quad (1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6}) \quad (2) \quad (1, 5) \quad (1)$$

$$x > 0 \Rightarrow x^2 - 4x < 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0 \Rightarrow x \in (1, 5)$$

۱۰۶- گزینه ۴

$$x < 0 \Rightarrow -x^2 + 4x < 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 2x - 5 > 0 \xrightarrow{x < 0} x \in (-\infty, 1 - \sqrt{6})$$

۱۰۷- اگر $f(x) = 2x + 3$ ، $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ ، $f(x) = 2x + 3$ باشند، ضابطه تابع fog، کدام است؟

$$4x^2 - 4x + 11 \quad (4) \quad 4x^2 - 2x + 13 \quad (3) \quad 2x^2 - 3x + 7 \quad (2) \quad 2x^2 - 7x + 3 \quad (1)$$

۱۰۷- گزینه ۳ $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20 = 2(2x + 3)^2 - (2x + 3) + 5 \Rightarrow \boxed{g(x) = 2x^2 - x + 5}$

$$fog = f(g(x)) = 2(2x^2 - x + 5) + 3 = 4x^2 - 2x + 13$$

۱۰۸- تابع $f(x) = x^2 + 2x + 1$ با دامنه $(-1, +\infty)$ مفروض است. نمودارهای دو تابع f و f^{-1} در چند نقطه متقاطع هستند؟

$$4 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۱۰۸- گزینه ۴ هر تابع با معکوسش در $y = x$ متقاطع هستند بنابراین داریم:

$$y = x \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow \text{غیرمتقاطع}$$

۱۰۹- جواب کلی معادله مثلثاتی $2\sqrt{2} \sin x \cos x = \sin x + \cos x$ ، کدام است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (4) \quad \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

۱۰۹- گزینه ۳ $2\sqrt{2} \sin x \cos x = \sin x + \cos x \Rightarrow \sqrt{2} \sin 2x = \sin x + \cos x \Rightarrow 2 \sin^2 2x = 1 + \sin 2x$

$$2 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1) \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \text{ فقط} \\ \sin 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \end{cases} \end{cases}$$

به علت جواب خارجی فقط $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ اجتماع سه دسته جواب گزینه ۳ است.

۱۱۰- حاصل عبارت $\tan^{-1} \sqrt{x^2 + x} + \sin^{-1}(x^2 + x + 1)$ کدام است؟

$$\pi \quad (4) \quad \frac{3\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

۱۱۰- گزینه ۲ با توجه به دامنه زیر رادیکال، یعنی $x^2 + x \geq 0$ و $1 \leq (x^2 + x + 1) \leq 1$ فقط $x = 0$ را می‌توان در عبارت قرار داد.

$$\tan^{-1} \sqrt{x^2 + x} + \sin^{-1}(x^2 + x + 1) \xrightarrow{x=0} \tan^{-1}(0) + \sin^{-1}(1) = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

۱۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 2^a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad -\frac{1}{4} \quad (2) \quad -\frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۱۱- گزینه ۲ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{hop}} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}} - \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}}{-\sin(x + \frac{\pi}{4})} = \frac{1}{\sqrt{2}} \div \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{2}{2} = 1 = 2^{-\frac{1}{2}}$

۱۱۲- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 7x - 2}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ کدام است؟

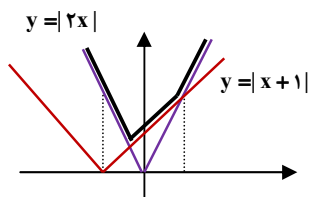
- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۱۲- گزینه ۱ مشتق در نقطه $x = -1$ را می‌خواهد، که ریشه پرانتز قبل رادیکال است. پس کافیت فقط از پرانتز مشتق بگیریم و در رادیکال ضرب کنیم.

$$f'(x) = (2x - 1) \sqrt[3]{x^2 - 7x - 2} \xrightarrow{x=-1} f'(-1) = (-2 - 1) \sqrt[3]{-8} = -6$$

۱۱۳- اگر $f(x) = \max\{|2x|, |x+1|\}$ ، آن‌گاه می‌نیم تابع $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۲



۱۱۳- گزینه ۲ نمودار سیاه همان تابع $f(x)$ است. که کمترین مقدار آن در تقاطع دو تابع در قسمت منفی است.

$$\xrightarrow{-1 < x < 0} -2x = x+1 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

۱۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(1 + \cos x)}{1 - \cos 2x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(1 + \cos x)}{1 - \cos 2x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{hop}} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\sin x \times \cos(1 + \cos x)}{2 \sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\sin x \times 1}{2 \sin x} = -\frac{1}{2}$$

۱۱۴- گزینه ۱

۱۱۵- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \notin \mathbb{Z} \\ f(x) - 1 & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ آنگاه تعداد نقاط ناپیوسته‌ی تابع g روی بازه $[-4, 4]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۱۵- گزینه ۴ همواره پیوسته است $g(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \notin \mathbb{Z} \\ f(x) - 1 & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow g(x) = -1$

۱۱۶- کمترین مقدار تابع باضابطه‌ی $f(x) = x + \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) صفر

۱۶- گزینه ۴ به نظر می‌رسد این تابع همواره نامنفی است. برای تحقیق این موضوع داریم:

$$x + \sqrt[3]{x^2 - x^3} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2 - x^3} \geq -x \xrightarrow{(\cdot)^3} x^2 - x^3 \geq -x^3 \Leftrightarrow x^2 \geq 0$$

۱۱۷- تابع باضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x - 3} & ; x \geq 1 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است. b کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} ax^2 + bx = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2\sqrt{4x - 3} = f(1) \Rightarrow a + b = 2$$

۱۱۷- گزینه ۲

$$2 \times \frac{f}{2\sqrt{4x - 3}} = 2ax^2 + b \xrightarrow{x=1} 2a + b = 4$$

از حل دستگاه بوجود آمده به $a = 1$ و $b = 1$ می‌رسیم.

۱۱۸- اگر $f(x) = \frac{x^3 - 2}{1 + x^3}$ ، $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{x}$ (۲) $\frac{3}{x^2}$ (۳) $\frac{1}{3x}$ (۴) $\frac{x-3}{x^2}$

۱۱۸- گزینه ۲ $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \rightarrow (f(g(x)))' = \left(\frac{x-1-2}{1+x-1}\right)' = \frac{2}{x^2}$

۱۱۹- اگر $f(x) = xe^x$; $x > 0$ ، آنگاه خط مماس بر نمودار تابع f^{-1} در نقطه‌ای به طول e واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{e}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{e}$

۱۱۹- گزینه ۳ شیب مماس $m = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{2e}$; $f'(1) = e^1 + e^1 = 2e$; $f'(x) = e^x + xe^x \rightarrow f'(1) = e^1 + e^1 = 2e$; $f(x) = xe^x \rightarrow x=1$;

معادله مماس $y - 1 = \frac{1}{2e}(x - e) \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{2e}$

۱۲۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، تقعر منحنی به معادله $y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{2}x^2$ ، همواره رو به بالا است؟

- (۱) $-1 < a < 1$ (۲) $-1 < a < 2$ (۳) $-2 < a < 1$ (۴) $-2 < a < 2$

۱۲۰- گزینه ۴ $y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{2}x^2 \rightarrow y' = 4x^3 + 3ax^2 + 3x \rightarrow y'' = 12x^2 + 6ax + 3 = 3(4x^2 + 2ax + 1)$

$\Delta < 0 \rightarrow 4a^2 - 16 < 0 \Rightarrow a^2 < 4 \Rightarrow -2 < a < 2$

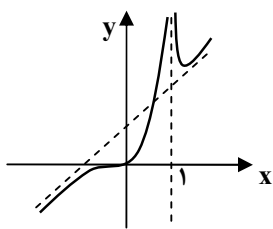
۱۲۱- مجموعه طول نقاط عطف منحنی به معادله $y = x|x^2 - 4x|$ ، کدام است؟

- (۱) $\{\frac{4}{3}\}$ (۲) $\{0, \frac{4}{3}, 4\}$ (۳) $\{\frac{4}{3}, 4\}$ (۴) $\{0, \frac{4}{3}\}$

۱۲۱- گزینه ۴ $y = x|x^2 - 4x| = \begin{cases} x^3 - 4x^2 & ; x < 0, x > 4 \\ -x^3 + 4x^2 & ; 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} 3x^2 - 8x & ; x < 0, x > 4 \\ -3x^2 + 8x & ; 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} 6x - 8 & ; x < 0, x > 4 \\ -6x + 8 & ; 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$

مشتق دوم به ازای $x = \frac{4}{3} \rightarrow 6x - 8 = 0$ صفر است و حول آن تغییر علامت می‌دهد. همچنین مشتق دوم در $x = 0$ تعریف نشده ولی

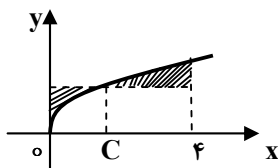
مماس در آن وجود دارد و مشتق دوم حول آن تغییر علامت می‌دهد



۱۲۲- شکل رو به رو نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^3 + ax^2}{x^2 + bx + c}$ است. عدد $(bc - a)$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۱۲۲- گزینه ۱ تنها مجانب قائم تابع $x = 1$ است، که چون ریشه مضاعف است پس $(x-1)^2$ در مخرج است و یعنی $b = -2$ و $c = 1$ است. از طرفی تنها ریشه تابع $x = 0$ است و باید $a = 0$ باشد. پس: $(bc - a) = -2 \times 1 - 0 = -2$



۱۲۳- در شکل زیر، مساحت دو ناحیه سایه زده برابرند، کدام است C ؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{16}{9}$ (۳) 2 (۴) $\frac{9}{4}$

۱۲۳- گزینه ۲ $f(c) = \frac{1}{c-0} \int_0^c \sqrt{x} dx = \frac{1}{c} \left(\frac{2}{3} x^{3/2} \right) \Big|_0^c = \frac{2}{3} \sqrt{c} \rightarrow \sqrt{c} = \frac{4}{3} \rightarrow c = \frac{16}{9}$

۱۲۴- حاصل انتگرال $\int_1^4 \sqrt{\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 1} dx$ کدام است؟

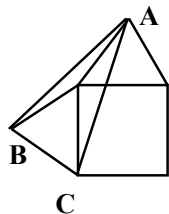
۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

$$\int_1^4 \sqrt{\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 1} dx = \int_1^4 \sqrt{\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{x^4} - \frac{1}{2} + 1} dx = \int_1^4 \sqrt{\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{2}} dx = \int_1^4 \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

$$= \left. \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{x} \right|_1^4 = \frac{64}{12} - \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{12} - 1\right) = 6$$

پاسخ سوالات هندسه ۱- هندسه ۲- هندسه تحلیلی

۱۲۵- در شکل روبه‌رو، طول ضلع مربع ۲ واحد است. دو مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی دو ضلع مجاور ساخته شده است.



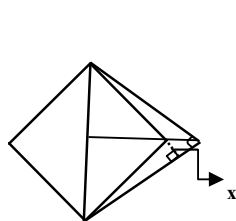
مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $1 + \sqrt{3}$
(۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴) ۴

۱۲۵- گزینه ۳

$$AH = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}(2) = 2 + \sqrt{3} ; S = \frac{2(2 + \sqrt{3})}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

۱۲۶- یک ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ۴ واحد، قطر یک مربع است. کوتاهترین فاصله رأس دیگر مستطیل از ضلع این مثلث کدام است؟



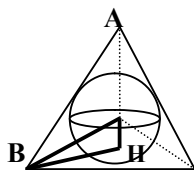
- (۱) $2 - \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۳) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۴) ۱

$$2 - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 2 ; \quad h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

۱۲۶- گزینه ۲

$$x = \frac{1}{2}(2\sqrt{3} - 2) \rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

۱۲۷- در داخل یک چهاروجهی منتظم به طول یال $2\sqrt{6}$ واحد، بزرگترین کره ممکن جای گرفته است. شعاع این کره چند واحد است؟



- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۲۷- گزینه ۱

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \rightarrow (2\sqrt{6})^2 = AH^2 + \left(\frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{6}\right)^2 \rightarrow AH = 4$$

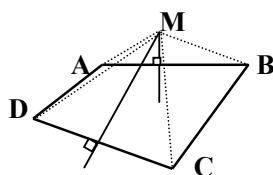
$$r = \frac{1}{4}(AH) = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

شعاع کره محاطی برابر با $\frac{1}{4}$ ارتفاع هرم است.

۱۲۸- در چهارضلعی ABCD، عمودمنصف‌های دو ضلع مقابل AB و CD در نقطه M متقاطع‌اند. اگر $BC > AD$ باشد، کدام نابرابری همواره صحیح است؟

- (۱) $\widehat{AMB} > \widehat{BMC}$ (۲) $\widehat{CAB} > \widehat{CAD}$ (۳) $\widehat{BMC} > \widehat{AMD}$ (۴) $\widehat{CMD} > \widehat{AMB}$

۱۲۸- گزینه ۳

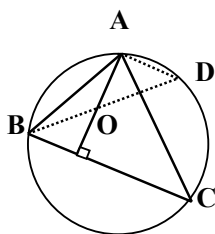
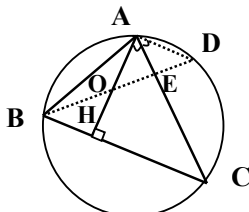


هر نقطه روی عمودمنصف فاصله‌اش از دو سرپاره خط به یک اندازه است

$$MB = MA, MC = MD ; \text{ فرض: } BC > AD$$

با توجه به عکس قضیه لولا داریم: $\widehat{BMC} > \widehat{AMD}$

۱۲۹- در شکل روبه‌رو، O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است. زاویه \widehat{AOD} برابر کدام است؟

(۲) \widehat{CAD} (۱) \widehat{OBC} (۴) \widehat{ADO} (۳) \widehat{OAC} 

$$\widehat{AOH} = \widehat{AOD}, \widehat{H} = \widehat{E} \rightarrow \boxed{\widehat{OBH} = \widehat{OAE}}, \boxed{\widehat{OBH} = \widehat{EAD}} = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow \text{گزینه ۴}$$

$$\rightarrow \widehat{OAE} = \widehat{EAD} \Rightarrow \widehat{AOD} = \widehat{ADO}$$

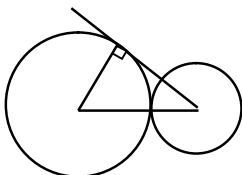
۱۳۰- دو دایره به شعاع‌های ۴ و $10/5$ واحد مماس بیرون‌اند. از مرکز دایره کوچکتر، مماس بر دایره بزرگتر رسم می‌کنیم. طول این قطعه مماس چقدر است؟

(۴) ۱۰

(۳) $4\sqrt{6}$ (۲) $4\sqrt{5}$

(۱) ۸

گزینه ۱۳۰- ۴



$$(4 + 10/5)^2 = (10/5)^2 + x^2 \rightarrow x^2 = (14/5 - 10/5)(14/5 + 10/5) \rightarrow$$

$$x^2 = 4 \times 25 \rightarrow \boxed{x = 10}$$

۱۳۱- تصویر دو نقطه $A(2, 4)$ و $B(-6, 2)$ را تحت تبدیل $D(x, y) = (-\frac{1}{2}y, \frac{1}{2}x + 1)$ به نقاط A' و B' می‌نامیم. زاویه بین دو خط AB

و $A'B'$ چند درجه است؟

(۴) ۱۸۰

(۳) ۹۰

(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

گزینه ۱۳۱- ۳

$$A(2, 4) \xrightarrow{D} A'(-2, 2); B(-6, 2) \xrightarrow{D} B'(-1, -2)$$

$$m_{AB} = \frac{4-2}{2+6} = \frac{1}{4}, m_{A'B'} = \frac{-2-2}{-1+2} = -4 \rightarrow m_{AB} \times m_{A'B'} = -1 \Rightarrow \text{بر هم عمودند}$$

۱۳۲- نقطه O و خط d در خارج صفحه P مفروض‌اند، در کدام حالت فقط یک خط گذرنده بر نقطه O موازی صفحه P و متقاطع با خط d وجود دارد؟

(۴) صفحه گذرنده بر O و d موازی صفحه P

(۳) $d \cap P \neq \emptyset$ (۲) $d \parallel P$ (۱) $d \subset P$

گزینه ۱۳۲- ۳ برای گزینه‌های ۱ و ۲ لزوماً خطی وجود ندارد. برای گزینه ۴ بیشمار خط وجود دارد.

۱۳۳- اگر $a = i - 2j$ و $b = 3j + 2k$ و $c = 4i + j - 2k$ باشند، تصویر بردار $(a \times b) \times c$ روی محور xها کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

$$a \times b = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (-4, -2, 3), (a \times b) \times c = \begin{vmatrix} -4 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (1, 4, 4) \quad \text{گزینه ۱۳۳- ۱}$$

۱۳۴- از نقطه‌ای $A = (5, -2, 1)$ صفحه‌ای بر خط به معادله $(x = t + 1, y = -2t + 1, z = 2t - 3)$ عمود شده است. مختصات نقطه‌ی تلاقی این خط و صفحه عمود، کدام است؟

(۴) $(3, -3, 1)$ (۳) $(4, 5, 3)$ (۲) $(1, 1, -3)$ (۱) $(2, -1, -1)$

$$\vec{u} = (1, -2, 2) \rightarrow 1(x - 5) - 2(y + 2) + 2(z - 1) = 0 \rightarrow \boxed{x - 2y + 2z = 11} \quad \text{گزینه ۱۳۴- ۴}$$

$$(t + 1) - 2(-2t + 1) + 2(2t - 3) = 11 \rightarrow 9t = 18 \rightarrow \boxed{t = 2} \rightarrow O(3, -3, 1)$$

۱۳۵- صفحه گذرا بر دو خط متقاطع $(D): \begin{cases} 2x+y=3 \\ 2y-z=0 \end{cases}$ و $(D'): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ محور z را با کدام ارتفاع قطع می کند؟

$$0/6 \quad (4)$$

$$0/8 \quad (3)$$

$$-0/6 \quad (2)$$

$$-0/8 \quad (1)$$

۱۳۵- گزینه ۲ $u_D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (-1, 2, 4)$ ، $u_D \times u' = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (2, 11, -5)$ ، $u_D \times u' =$ نرمال صفحه

نقطه $(-1, 0, -1)$ از D' بر صفحه هم قرار دارد.

$$2(x+1) + 11(y-0) - 5(z+1) = 0 \rightarrow 2x + 11y - 5z = 3 \xrightarrow{x=0, y=0} z = \frac{-3}{-5} = 0/6$$

۱۳۶- مرکز دایره های بر روی نیمساز ناحیه ی اول است. اگر این دایره از نقطه ی $A(6, 3)$ گذشته و بر خط به معادله ی $y = 2x$ مماس شود. شعاع آن کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

۱۳۶- گزینه ۱ $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \xrightarrow{\alpha=\beta} (\epsilon-\alpha)^2 + (3-\alpha)^2 = R^2$

فاصله مرکز از خط برابر شعاع است. $R = \frac{|2\alpha - \alpha|}{\sqrt{4+1}} \rightarrow R = \frac{\alpha}{\sqrt{5}}$

$$(\epsilon-\alpha)^2 + (3-\alpha)^2 = \frac{\alpha^2}{5} \rightarrow \frac{9}{5}\alpha^2 - 18\alpha + 45 = 0 \rightarrow \boxed{\alpha=5} \rightarrow \boxed{R=\sqrt{5}}$$

۱۳۷- نقطه ی $S(2, 1)$ رأس یک سهمی است که محور تقارن آن موازی محور y ها است. و از نقطه ی $(0, 5)$ می گذرد. معادله خط هادی آن کدام است؟

$$y = \frac{3}{2} \quad (4)$$

$$y = \frac{3}{4} \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{4} \quad (1)$$

۱۳۷- گزینه ۳ $(x-2)^2 = 4a(y-1) \xrightarrow{(0,5)} 4 = 4a \times 4 \rightarrow \boxed{a = \frac{1}{4}}$; $y = 1 - \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{y = \frac{3}{4}}$ سهمی قائم است.

۱۳۸- با دوران محورهای مختصات به اندازه مناسب، معادله مقطع مخروطی $\sqrt{3}xy + y^2 = 1$ به کدام صورت نوشته می شود؟

$$2x^2 + 3y^2 = 2 \quad (4)$$

$$2x^2 + y^2 = 2 \quad (3)$$

$$2x^2 - 3y^2 = 2 \quad (2)$$

$$3x^2 - y^2 = 2 \quad (1)$$

۱۳۸- گزینه ۱ $t^2 - (a+c)t - \frac{\Delta}{4} = 0 \rightarrow t^2 - t - \frac{3}{4} = 0 \rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3}{2} \\ t_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 = 1 \Rightarrow \boxed{3x^2 - y^2 = 2}$

۱۳۹- از رابطه ی ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، سطر اول ماتریس A ، کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 12 & -21 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -17 & 30 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -21 & 30 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -17 \end{bmatrix} \quad (1)$$

۱۳۹- گزینه ۴ $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ وارون $= \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ وارون $= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$

$$A = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 7 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ -17 & 30 \end{bmatrix}$$

۱۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 0 \end{bmatrix}$ و I ماتریس همانی مرتبه ۲ باشد، سطر اول ماتریس $(I-A)^{-1}(I+A)$ ، کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{bmatrix} \quad (4) \quad \begin{bmatrix} \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{bmatrix} \quad (3) \quad \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \end{bmatrix} \quad (2) \quad \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

۱۴۰- گزینه ۱ $(I-A)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ -\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{1+\tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$; $(I+A) = \begin{bmatrix} 1 & 1-\tan \alpha \\ 1+\tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$

$$(I-A)^{-1}(I+A) = \frac{1}{1+\tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1-\tan^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha} & \frac{-2\tan \alpha}{1+\tan^2 \alpha} \\ \frac{2\tan \alpha}{1+\tan^2 \alpha} & \frac{1-\tan^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \end{bmatrix}$$

پاسخ سوالات آمار - جبر و احتمال - ریاضیات گسسته

۱۴۱- تمام داده‌های نمودار ساقه و برگ زیر را سه برابر کرده، سپس ۴۰ واحد از آنها کم می‌کنیم. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

ساقه	برگ					
۸	۰	۱	۵		۲۴۵ (۲)	۲۴۰ (۱)
۹	۲	۴	۶	۷	۲۵۵ (۴)	۲۵۰ (۳)
۱۰	۰	۰	۳	۴		
				۸		

$$\bar{x} = \frac{2(80) + 4(90) + 5(100) + 40}{12} = \frac{1140}{12} = 95, \quad \bar{y} = 3\bar{x} - 40 \longrightarrow \bar{y} = 3(95) - 40 = 245 \quad \text{۱۴۱- گزینه ۲}$$

۱۴۲- در ۱۲ داده‌ی آماری مجموع تمام داده‌ها ۷۲ و مجموع مجذورات آنها ۴۸۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$$\frac{1}{4} (1) \quad \frac{2}{9} (2) \quad \frac{1}{3} (3) \quad \frac{2}{5} (4)$$

$$n = 12, \sum x_i = 72, \sum x_i^2 = 480; \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{72}{12} = 6; \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{480}{12} - 6^2 = 4 \longrightarrow \sigma = 2 \quad \text{۱۴۲- گزینه ۳}$$

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{6} \longrightarrow C_v = \frac{1}{3} ;$$

۱۴۳- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت» را نقض می‌کند؟

$$56 (1) \quad 64 (2) \quad 72 (3) \quad 74 (4)$$

۱۴۳- گزینه ۲

۱۴۴- حداقل چند زوج مرتب به صورت (a, b) ، با مختصات اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم، تا مطمئن باشیم در دو زوج انتخابی، جمع

مختصات اول و جمع مختصات دوم، اعداد زوج هستند؟

$$3 (1) \quad 4 (2) \quad 5 (3) \quad 6 (4)$$

۱۴۴- گزینه ۳ اگر ۴ زوج به فرم $(زوج, زوج)$ ، $(زوج, فرد)$ ، $(فرد, زوج)$ ، $(فرد, فرد)$ داشته باشیم هیچ دو زوجی این خاصیت را ندارند، ولی

با اضافه شدن یک زوج به مطلوب سوال می‌رسیم. بنابراین حداقل ۵ زوج مرتب نیاز است.

هشت زیرمجموعه دارد که در ۴ تای آن این عضو وجود ندارد $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\} = \{a, b, \{a, b\}\} \rightarrow n = 3 \rightarrow 2^3 = 8$

۱۴۵- اگر $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ ، $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، آنگاه مجموعه $(A_7 \cap A_8) - (A_1 \cap A_9)$ کدام است؟

$$\emptyset (4) \quad [-1, 1] (3) \quad [-2, -1) \cup [1, 2] (2) \quad [-2, -1) \cup (1, 2] (1)$$

۱۴۵- گزینه ۱ $A_1 = [-1, 4]$ ، $A_7 = [-2, 3/2]$ ، $A_8 = [-5, 2]$ ، $A_9 = [-7, 1]$ ؛

$$A_7 \cap A_8 = [-2, 2] \quad A_1 \cap A_9 = [-1, 1] \longrightarrow (A_7 \cap A_8) - (A_1 \cap A_9) = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

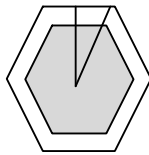
۱۴۶- اگر $A = \{k \in \mathbb{Z} : |k-3| \leq 2\}$ و $B = \{2k-1 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 5\}$ ، چند عضو دارد؟

$$16 (4) \quad 9 (3) \quad 8 (2) \quad 6 (1)$$

۱۴۶- گزینه ۳ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ، $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 3^2 = 9$

۱۴۷- در داخل یک شش ضلعی منتظم به ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، نقطه‌ای به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال فاصله این نقطه از هر ضلع شش ضلعی بیشتر از یک واحد است؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{3}{4}$



۱۴۷- گزینه ۱ $2 = \text{فاصله مرکز تا ضلع کوچک}$ ، $3 = \text{فاصله مرکز تا ضلع بزرگ}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$

؛ $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ، $\frac{x}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ، $x = \text{ضلع شش ضلعی کوچک}$

$P(A) = \frac{S'}{S} = \left(\frac{x}{a}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{9}$ ، $S' = \text{مساحت شش ضلعی کوچک}$ ، $S = \text{مساحت شش ضلعی بزرگ}$

۱۴۸- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند، به طوری که $P(A) = 0/6$ ، $P(B) = 0/7$ و $P(A \cap B) = 0/2$ باشند، آنگاه حاصل $P(A' \cap B)$ کدام است؟

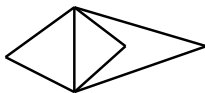
(۱) $0/1$ (۲) $0/3$ (۳) $0/4$ (۴) $0/5$

۱۴۸- گزینه ۲ $P(A \cap B) = 0/4$

$P(A' \cap B) = P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = 0/7 - 0/4 \rightarrow P(A' \cap B) = 0/3$

۱۴۹- اگر A ماتریس مجاورت گراف G ، و درایه‌های واقع در سطر نام و ستون نام ماتریس A^2 اعداد «۴،۲،۲،۲» باشند، گراف G دارای چند دور است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



۱۴۹- گزینه ۴ درجات رئوس گراف داده شده است. مطابق شکل این گراف ۳ دور به طول ۳ و ۳ دور به طول ۴ دارد.

۱۵۰- عدد چهار رقمی \overline{aabb} مربع کامل است. باقیمانده‌ی تقسیم عدد دو رقمی \overline{ab} بر عدد ۱۳ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۵۰- گزینه ۱ $\overline{aabb} = 100a + 10a + 10b + b = 11(10a + b) = k^2 \rightarrow 10a + b = 11m^2 \rightarrow a = 7, b = 4$

$\overline{ab} = 74 = 5(13) + 9 \rightarrow \boxed{r=9}$

۱۵۱- در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی a بر عدد طبیعی b خارج قسمت ۲۱ و باقیمانده ۳۷ می‌باشد، چند عضو از مجموعه جواب‌های a مضرب ۵ می‌باشند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۱- گزینه ۲ $a = 21b + 37, r < b \rightarrow 37 < b$ ؛ $21b + 37 < 1000 \rightarrow b \leq 45$

دو مقدار a مضرب ۵ می‌باشند $b = 38 \rightarrow a = 835$ ؛ $b = 43 \rightarrow a = 940$

۱۵۲- به ازای چند عدد طبیعی کوچکتر از ۵۰، عدد $7^n + 42$ بر ۴۳ بخش پذیر است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۵۲- گزینه ۳ $7^n + 42 \equiv 0 \rightarrow 7^n \equiv 1$ ؛ $7^2 \equiv 6, 7^3 \equiv -1, 7^4 \equiv -7, 7^5 \equiv -6, 7^6 \equiv 1, \dots$

و این یعنی به ازای ۸ عدد $n = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48$ عدد $7^n + 42$ بر ۴۳ بخش پذیر است.

۱۵۳- به چند طریق می توان ۹ کتاب یکسان را در ۵ قفسه متمایز جای داد به طوری که در هر قفسه، لااقل یکی از آنها قرار داده شود؟

۷۰ (۴)

۵۶ (۳)

۴۲ (۲)

۳۵ (۱)

۱۵۳- گزینه ۴ تعداد جواب های طبیعی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9 \xrightarrow{x_i \geq 1} \binom{n-1}{k-1} = \binom{9-1}{5-1} = \binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$

۱۵۴- پنج مهره سفید با شماره های ۱ تا ۵ و همچنین پنج مهره سیاه با شماره های ۱ تا ۵ و یکسان را در ظرفی قرار می دهیم. به تصادف دو مهره

از بین آنها بیرون می آوریم. اگر مجموع شماره های هر دو مهره ۶ باشد، با کدام احتمال، هر دو مهره هم رنگ هستند؟

 $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱)

۱۵۴- گزینه ۲

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1w \\ 5w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1w \\ 5b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1b \\ 5w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1b \\ 5b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2w \\ 4w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2w \\ 4b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2b \\ 4w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2b \\ 4b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3w \\ 3b \end{bmatrix} \right\}; A = \left\{ \begin{bmatrix} 1w \\ 5w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1b \\ 5b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2w \\ 4w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2b \\ 4b \end{bmatrix} \right\}; P(A) = \frac{4}{9}$$

۱۵۵- تابع احتمال به صورت $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$; $P(X=x) = \frac{\binom{5}{x}}{A}$ تعریف شده است. با محاسبه ی عدد A، مقدار $P(X=2 \text{ یا } 3)$ کدام است؟

 $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{7}{16}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۱)

۱۵۵- گزینه ۴ $P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=5) = 1 \rightarrow \frac{1}{A} + \frac{5}{A} + \frac{10}{A} + \frac{10}{A} + \frac{5}{A} + \frac{1}{A} = 1 \rightarrow A = 32$

$$P(X=2 \text{ یا } 3) = \frac{10}{A} + \frac{10}{A} = \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$$