

باسمه تعالی

سوال‌ات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی			
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	سوال‌ات		نمره

۱	ثابت کنید معکوس یک عدد منفی، عددی منفی است.	۱
۲	بازه ی $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ را به صورت یک همسایگی محذوف متقارن به مرکز a و شعاع ε بنویسید.	۱
۳	ثابت کنید اگر دنباله ی $\{a_n\}$ همگرا باشد، آن گاه حد آن یکتا است.	۲
۴	یکنوایی دنباله ی $\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\}$ را بررسی کنید.	۱/۲۵
۵	نشان دهید سری $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!}$ همگرا است.	۱/۵
۶	آیا سری $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{3^k-1}{3^k}$ همگراست؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.	۰/۷۵
۷	با استفاده از تعریف حد، ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(-1)^{[x]}(x^2-1)}{x-1} = 0$.	۱/۲۵
۸	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ در نقطه ی $x=0$ حد ندارد.	۱/۲۵
۹	حدود توابع زیر را بدون استفاده از هم ارزی و قاعده ی هسپیتال محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left[\frac{1}{x^2} \right]$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{1+x} \times \text{Arc tan } x$	۲/۷۵
۱۰	نشان دهید حداقل یکی از ریشه های معادله ی $x^3 - 3x + 1 = 0$ در بازه ی $[0, 1]$ قرار دارد.	۱
۱۱	معادله ی کلیه ی مجانب های تابع $y = \frac{x^3+3}{x^2-2x}$ را بنویسید.	۱/۲۵
۱۲	نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{3-\sqrt{x+9}}{x+9}$ را در دامنه اش تعیین کنید.	۱
۱۳	معادله ی خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - 5x$ را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر منحنی به دست آورید.	۱/۲۵
۱۴	اگر $g(x) = x^3 - 1$ و $f'(x) = \sqrt{3x+16}$ باشد، مقدار عددی $(fog)'(1)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	ثابت کنید اگر تابع g در نقطه ی a مشتق پذیر باشد، آن گاه تابع $\frac{1}{g}$ نیز در نقطه ی a مشتق پذیر است و $\left(\frac{1}{g}\right)'(a) = \frac{-g'(a)}{g^2(a)}$	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

WWW.RAZISARA.IR

دائلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۲/۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$a < 0 \xrightarrow{(\cdot/\sqrt{a})} \frac{1}{\sqrt{a}} \times a < \frac{1}{\sqrt{a}} \times 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < 0 \quad (0/25)$	۱
۱	$a = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 \quad (0/25), \quad \varepsilon = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \quad (0/25) \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x-2 < \frac{1}{2}\} \quad (0/5)$	۲
۲	<p>برهان خلف: فرض کنیم دنباله دارای دو حد متمایز مانند l_1, l_2 باشد، داریم: (۰/۲۵)</p> $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l_1 \Rightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M_1 \in \mathbb{N} \ni n \geq M_1 \Rightarrow a_n - l_1 < \frac{\varepsilon}{2} \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l_2 \Rightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M_2 \in \mathbb{N} \ni n \geq M_2 \Rightarrow a_n - l_2 < \frac{\varepsilon}{2} \quad (0/25)$ <p>فرض می کنیم $M = \max\{M_1, M_2\}$ پس برای هر $n \geq M$ داریم: (۰/۲۵)</p> $0 \leq l_1 - l_2 = l_1 - a_n + a_n - l_2 \leq a_n - l_1 + a_n - l_2 < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon \quad (0/5) \Rightarrow 0 \leq l_1 - l_2 < \varepsilon \Rightarrow l_1 = l_2 \quad (0/25)$ <p>پس فرض خلف باطل و دنباله ی همگرا تنها یک حد دارد. (۰/۲۵)</p>	۳
۱/۲۵	<p>روش اول: $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \times \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}+1}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}, \dots \quad (0/5)$</p> <p>دنباله نزولی است. (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم: $a_n > a_{n+1} \Leftrightarrow \sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} \Leftrightarrow 2\sqrt{n+1} > \sqrt{n+2} + \sqrt{n} \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow 4(n+1) > 2n+2 + 2\sqrt{n^2+2n} \Leftrightarrow n+1 > \sqrt{n^2+2n} \Leftrightarrow n^2+2n+1 > n^2+2n \Leftrightarrow 1 > 0 \quad (0/25)$ </p>	۴
۱/۵	$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} = 1 + 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \dots + \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n} < 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \quad (0/25)$ <p>عبارت $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$ یک مجموع هندسی است. (۰/۲۵) بنابراین $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 3$ پس سری صعودی و کراندار است در نتیجه همگراست. (۰/۲۵)</p>	۵
۰/۷۵	<p>خیر. واگراست. (۰/۲۵) زیرا $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{3k-1}{3k} = 1 \neq 0 \quad (0/25)$</p>	۶
۱/۲۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \ni 0 < x+1 < \delta \Rightarrow \left \frac{(-1)^{[x]}(x^2-1)}{x-1} - 0 \right < \varepsilon \quad (0/5)$ $\left \frac{(-1)^{[x]}(x^2-1)}{x-1} \right = \underbrace{ (-1)^{[x]} }_{(0/25)} \times \underbrace{\left \frac{x^2-1}{x-1} \right }_{(0/25)} = x+1 < \varepsilon \Rightarrow \delta \leq \varepsilon \quad (0/25)$	۷

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۶ / ۱۲ / ۱۳۹۰	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۲۵	چون $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ ، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)	۸
۲/۷۵	$\frac{1}{x^2} - 1 < [\frac{1}{x^2}] \leq \frac{1}{x^2} \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{\times x^2} 1 - x^2 < x^2 [\frac{1}{x^2}] \leq 1 \quad (۰/۲۵), \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x^2) = \lim_{x \rightarrow 0} (1) = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>الف)</p> $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 [\frac{1}{x^2}] = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>ب)</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2} \times \sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2} \times \sqrt{x-2}} \quad (۰/۲۵) = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ <p>ج)</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{1+x} \times \text{Arctan } x = \frac{2}{1} \times \frac{\pi}{2} = \pi \quad (۰/۲۵)$	۹
۱	تابع $f = x^3 - 3x + 1$ در بازه ی $[0, 1]$ پیوسته است (۰/۲۵) و $f(0) \times f(1) = -1 < 0$ و (۰/۵) طبق نتیجه ی قضیه ی مقدار میانی، معادله حداقل دارای یک ریشه است. (۰/۲۵)	۱۰
۱/۲۵	$x^2 - 2x = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 0 \quad (۰/۲۵), \quad \begin{cases} x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 2 \quad (۰/۲۵)$ <p>مجانِب های قائم</p> $x^2 + 3 = (x^2 - 2x)(x+2) + (4x+3) \Rightarrow (۰/۲۵) \Rightarrow y = x + 2 \quad (۰/۲۵)$ <p>مجانِب مایل</p>	۱۱
۱	$x + 9 \geq 0 \Rightarrow x \geq -9 \quad (۰/۲۵)$ $x + 9 \neq 0 \Rightarrow x \neq -9 \quad (۰/۲۵)$ <p>نقاط ناپیوستگی برابر است با $(۰/۲۵). (-\infty, -9]$</p> $\Rightarrow D_f = (-9, +\infty) \quad (۰/۲۵)$	۱۲
۱/۲۵	$f(2) = -6 \quad (۰/۲۵), \quad y' = 2x - 5 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = -1 \quad (۰/۲۵)$ $y - (-6) = (-1)(x - 2) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = -x - 4 \quad (۰/۲۵)$	۱۳
۱/۵	$g'(x) = 3x^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow g'(1) = 3 \quad (۰/۲۵)$ $(f \circ g)'(1) = \underbrace{g'(1)}_{(۰/۲۵)} \times \underbrace{f'(g(1))}_{(۰/۲۵)} = 3 \times \underbrace{f'(0)}_{(۰/۲۵)} = 3 \times \frac{4}{3} = 12 \quad (۰/۲۵)$	۱۴
۱/۲۵	$(\frac{1}{g})'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{g(a+h)} - \frac{1}{g(a)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a) - g(a+h)}{h(g(a+h)g(a))} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{g(a+h)g(a)} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} = \frac{-1}{g^2(a)} \times g'(a) = \frac{-g'(a)}{g^2(a)} \quad (۰/۲۵)$	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	