

با سمه تعالی

سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۴:۳۰	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره‌ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای)			تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸			اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://ace.medu.ir">http://ace.medu.ir</a>

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر برای هر عدد حقیقی $\varepsilon > 0$ داشته باشیم $0 \leq x - c \leq \varepsilon$ ، ثابت کنید که $x = c$ .	۰/۷۵
۲	هرگاه $A = \{x   x \in \mathbb{R},  5x - 3  \leq 12\}$ ، مقدار $k$ را طوری تعیین کنید که به ازای هر $x \in A$ ، $ x  \leq k$ .	۰/۷۵
۳	در دنباله $\left\{ \frac{4n+1}{2n+5} \right\}_{n=1}^{\infty}$ کمترین مقدار طبیعی $n$ که به ازای آن رابطه $\frac{4n+1}{2n+5} < \frac{2}{999}$ برقرار باشد را به دست آورید.	۱
۴	ثابت کنید دنباله‌ی $\left\{ 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ غیر یکنوا و کراندار است.	۱
۵	همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید و در صورت همگرایی مقدار سری را به دست آورید.	۲
۶	فرض کنید $L = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ، دنباله‌ی حقیقی $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ به ازای $a$ همگرا باشد و برای هر $a_n \neq a$ ، آنگاه دنباله‌ی $\{f(a_n)\}_{n=1}^{\infty}$ نیز به $L$ همگراست.	۱
۷	حدهای زیر را به دست آورید.	۲/۵
۸	پیوستگی تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \lfloor x \rfloor + \lfloor -x \rfloor & , x \neq 1 \\ \frac{1}{x-1} & , x = 1 \end{cases}$ در نقطه $x_0 = 1$ را در برورسی کنید.	۱
۹	نشان دهید هر سه ریشه معادله $x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$ در بازه $[2, 3]$ واقع است.	۱
۱۰	معادله‌ی تمام خطوط مجانب منحنی $y = \frac{x + \sqrt{1-x^2}}{x^2 - 2x}$ را به دست آورید.	۱
۱۱	از نقطه‌ی $(-2, 1)$ می‌توان دو خط مماس بر نمودار $f(x) = x^3 + 1$ رسم کرد. معادله‌های این دو خط را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	اگر $f'(0) = 4$ و $g'(2) = 3$ ، $f'(2) = 0$ . مشتق تابع $fog$ را در نقطه‌ی $x_0 = 2$ به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 +  x - 1 $ مفروض است. $D_f$ را مشخص کنید.	۱
	«موفق باشید»	۱۵ جمع نمره

www.BIJAZISVAJIR

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

باشندگان

راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۴:۳۰
دوره‌ی پیش‌دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای)	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۸	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نهم سال اول</b> سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹
اداره‌ی کل سنجش و ارزشگابی تحصیلی <a href="http://ace.edu.ir">http://ace.edu.ir</a>		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ such that }  x - c  < \delta \Rightarrow  f(x) - f(c)  < \varepsilon$ (فرض خلف) <p>چون <math>\varepsilon &gt; 0</math> دلخواه است پس می‌توان <math>x = c</math> در نظر گرفت (<math>\forall \varepsilon &gt; 0</math>، پس <math> x - c  &lt; \delta</math> (تناقض) در نتیجه فرض خلف باطل و <math>x = c</math> است. <math>(\forall \varepsilon &gt; 0, \exists \delta &gt; 0 \text{ such that }  x - c  &lt; \delta \Rightarrow  f(x) - f(c)  &lt; \varepsilon)</math>)</p>	۰/۷۵
۲	$-12 \leq 5x - 3 \leq 12 \Rightarrow -\frac{9}{5} \leq x \leq 3 \Rightarrow k \geq \max\left\{-\frac{9}{5}, 3\right\}$ $(\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ such that }  x - c  < \delta \Rightarrow  f(x) - f(c)  < \varepsilon)$ $\Rightarrow  x  \leq 3 \text{ and } k \geq 3 \text{ پس}$	۰/۷۵
۳	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{2n+5} = 2 \quad (\forall \varepsilon > 0, \exists N \text{ such that } n > N \Rightarrow \left  \frac{4n+1}{2n+5} - 2 \right  < \varepsilon)$ $\Rightarrow -\varepsilon < \frac{4n+1}{2n+5} - 2 < \varepsilon \quad \text{and} \quad \left  \frac{4n+1}{2n+5} - 2 \right  < \varepsilon$ $\Rightarrow \frac{9}{2n+5} < \frac{1}{1000} \quad \text{and} \quad 2n+5 > 9000 \quad \text{and} \quad n > 4497/5 \quad (\forall \varepsilon > 0, \exists N \text{ such that } n > N \Rightarrow \left  \frac{4n+1}{2n+5} - 2 \right  < \varepsilon)$	۰/۷۵
۴	$a_n = 2 + \frac{(-1)^n}{n}$ $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \rightarrow 2$ $a_1 < a_2, a_2 > a_3 \quad (\text{با توجه به جملات})$ $ a_n  < 3 \Rightarrow \text{دنباله کراندار است} \quad (\forall n \in \mathbb{N},  a_n  < 3)$	۰/۷۵
۵	$\text{الف)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} = 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N}, 0 < \sqrt{n-1} + \sqrt{n} \leq 2\sqrt{n})$ $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k-1} + \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} - \sqrt{k-1}) = \sqrt{n} \quad (\forall n \in \mathbb{N}, \sqrt{n-1} + \sqrt{n} \geq \sqrt{n})$ $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k-1} + \sqrt{k}} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = +\infty \quad (\text{سری واگرا است})$ $\text{ب)} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4^{k-1} - 2^k}{4^k} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4^{k-1}}{4^k} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{4^k} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N}, 0 < \frac{4^{k-1}}{4^k} - \frac{2^k}{4^k} < 1)$	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

با سمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۳۰:۱۴
دوره‌ی پیش‌دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای)	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۸	دورة‌ی پیش‌دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای)
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نیم سال اول</b> سال تحصیلی <b>۱۳۸۸-۸۹</b>	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نیم سال اول</b> سال تحصیلی <b>۱۳۸۸-۸۹</b>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۶	قضیه‌ی کتاب (۱ نمره)	۱												
۷	<p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{x}{x+1} \right) \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \times 0 = 0</math> (۰/۵)</p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^3 - x^2) - (x^3 + x^2)}{(x^3 - 1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2}{x^3 - 1} = -2</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ج) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{2x\sqrt{1 + \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ \sin x }{2x\sqrt{1 + \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} \times \frac{-1}{2\sqrt{1 + \cos x}} =</math>  <math>= 1 \times \frac{-1}{2\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{4}</math> (۰/۲۵)</p>	۲/۵												
۸	$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^\pm} 2 + [x^2] + [-x^2] = 1$ (۰/۵) $f(1) = \left  \frac{1}{1-2} \right  = 1$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x) = f(1) \Rightarrow (0/25)$ در ۱ پیوسته است.	۱												
۹	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>تابع <math>f</math> با خواصی <math>f(x) = x^3 - 3x + 1</math> بر بازه‌های <math>[-2, -1], [0, 1], [1, 2]</math> پیوسته است (۰/۲۵) و  <math>f(-2), f(-1) &lt; 0 \Rightarrow</math> حداقل یک ریشه دارد  <math>f(0), f(1) &lt; 0 \Rightarrow</math> حداقل یک ریشه دارد  <math>f(1), f(2) &lt; 0 \Rightarrow</math> حداقل یک ریشه دارد</p>	x	-2	-1	0	1	2	f(x)	-1	3	1	-1	3	۱
x	-2	-1	0	1	2									
f(x)	-1	3	1	-1	3									
۱۰	$y = \frac{x + \sqrt{1 - x^2}}{x^2 - 2x}$ $D_f = [-1, 0) \cup (0, 1]$ (۰/۲۵) $y = \pm\infty$ و $x = 0$ ریشه‌های مخرج $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \mp\infty \Rightarrow x = 0$ مجانب قائم است (۰/۲۵) با توجه به دامنه، $x$ نمی‌تواند به $\pm\infty$ میل کند پس تابع مجانب افقی و مایل ندارد. (۰/۲۵) با توجه به دامنه، $x$ نمی‌تواند به ۲ میل کند پس $x = 2$ مجانب قائم نیست. (۰/۲۵) «ادامه در صفحه‌ی سوم»	۱												

با اسمه تعالی

۱۴: ۳۰ ساعت شروع :	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۸	دوره‌ی پیش‌دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای)	
اداره‌ی کل سنجش و ارزشگابی تحصیلی دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فیم سال اول سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹ <a href="http://ace.medu.ir">http://ace.medu.ir</a>		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$A(\alpha, \alpha^r + 1) \quad (./25)$ $y - \alpha^r - 1 = 2\alpha(x - \alpha) \quad (./25)$ $P(1, -2) \Rightarrow (-2 - \alpha^r - 1) = 2\alpha(1 - \alpha) \Rightarrow \alpha^r - 2\alpha - 3 = 0 \quad (./25)$ $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \alpha = 3 \end{cases} \Rightarrow (y - 2) = -2(x + 1) \quad (./25)$ $\text{معادله خطوط مماس} \quad (./25)$ $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \alpha = 3 \end{cases} \Rightarrow (y - 10) = 6(x - 3) \quad (./25)$	۱/۲۵
۱۲	$(f \circ g)'(2) = f'(g(2)) \times g'(2) \quad (./25)$ $= f'(0) \times g'(2) \quad (./25)$ $= 4 \times 3 = 12 \quad (./25)$	۰/۷۵
۱۳	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^r + x - 1) - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^r + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} x + 2 = 3 \quad (./25)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^r - x + 1) - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^r - x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} x = 1 \quad (./25)$ $f'_+(1) \neq f'_-(1) \Rightarrow f'(1) \text{ موجود نیست} \quad (./25)$ $f(x) = \begin{cases} x^r - x + 1, & x \leq 1 \\ x^r + x - 1, & x > 1 \end{cases}$ $D_{f'} = R - \{1\} \quad (./25)$ $\text{Tابع } f \text{ در همه نقاط } R \text{ به جزء } x=1 \text{ مشتق پذیر است.} \quad (./25)$	۱
۱۵	جمع نمره	

محترمین مصححین:

برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب منظور نمایید.

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا  
WWW.BIZVARA.IR

