

باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
۱	معادله خط مماس بر منحنی $2x^3 + 4x^2y - 2y^3 - 2xy^2 - 2x = 0$ را در نقطه $(1, 1)$ بنویسید.	۱
۲	فرض کنید $f(x) = \frac{x-5}{x+1}$ مقدار $(f^{-1})'(-1)$ را بیابید.	۱
۳	اگر ارتفاع مثلثی با آهنگ ۲ سانتی متر بر دقیقه افزایش یابد، مساحت آن با آهنگ ۳ سانتی متر مربع بر دقیقه زیاد می شود. هنگامی که قاعده و ارتفاع مثلث به ترتیب ۳ و ۱۵ سانتی متر هستند، قاعده با چه آهنگی تغییر می کند؟	۱
۴	مشتق مرتبه n ام تابع $f(x) = \frac{1}{x} - 2x$ را محاسبه کنید.	۱
۵	مقادیر a, b, c و d را طوری تعیین کنید که $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ در نقطه $(0, 3)$ اکسترمم نسبی داشته و $(1, -1)$ برای نمودار f ، نقطه عطف باشد.	۱/۵
۶	c مذکور در قضیه رول را در صورت وجود برای تابع $f(x) = x^2 + 4x - 2$ روی بازه $[-5, 1]$ بیابید.	۱/۵
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x - 2}$ را رسم کنید.	۲/۵
۸	ثابت کنید: $ \cos x \leq \left x - \frac{\pi}{2}\right $	۱/۲۵
۹	با استفاده از قاعده هوییتال حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \tan 3x \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$	۲
۱۰	در تابع $y = \text{Arccot} \sqrt{x}$ مقدار تقریبی تغییر تابع وقتی که x از ۱ به $1/0.5$ افزایش می یابد را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	اگر تابع f در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد و m و M به ترتیب مقادیر مینیمم مطلق و ماکسیمم مطلق تابع f در این بازه باشند ثابت کنید: $m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M$	۱/۲۵
۱۲	مجموع بالا و پایین ریمان تابع $f(x) = x^3 + 3x + 1$ را در فاصله $[-2, 2]$ به ازای $n = 4$ به دست آورید.	۱/۷۵
۱۳	اگر $f(x) = \int_1^x t^2 dt$ و $g(x) = f(\Delta x)$ ، بدون محاسبه انتگرال، $g'(x)$ را بیابید.	۱
۱۴	انتگرالهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\int (2x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$ ب) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx$ پ) $\int_0^{\pi} 2[x] dx$	۲
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته : علوم ریاضی
دوره ی پیش دانشگاهی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۳ / ۴ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$F(x, y) = -\frac{6x^2 + 8xy - 2y^2 - 2}{4x^2 - 6y^2 - 4xy} \xrightarrow{(1,1)} m = -\frac{6+8-2-2}{4-6-4} = \frac{-10}{-6} = \frac{5}{3} \quad (0/25)$ $y-1 = \frac{5}{3}(x-1) \quad (0/25)$	۱
۲	$\left \frac{-1}{a} \right \in f^{-1} \Rightarrow \left \frac{a-5}{a+1} \right \in f \Rightarrow \frac{a-5}{a+1} = -1 \quad (0/25) \Rightarrow a-5 = -a-1 \Rightarrow a=2 \quad (0/25)$ $f'(x) = \frac{6}{(x+1)^2} \quad (0/25) \Rightarrow (f^{-1})'(-1) = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{6} = \frac{2}{9} \quad (0/25)$	۲
۳	$S = \frac{1}{T} xh \Rightarrow S'_t = \frac{1}{T} (x'_t h + xh'_t) \quad (0/25) \Rightarrow 3 = \frac{1}{T} (15x'_t + 3 \times 2) \quad (0/25)$ $\Rightarrow 6 = 15x'_t + 6 \Rightarrow 15x'_t = -54 \quad (0/25) \Rightarrow x'_t = \frac{-54}{15} = -\frac{18}{5} \frac{cm}{m} \quad (0/25)$ <p>کاهش می یابد</p>	۳
۴	$f(x) = \frac{1}{x} - 2x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{x^2} - 2 \Rightarrow f''(x) = \frac{2}{x^3} \Rightarrow \dots \Rightarrow f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}} \quad (0/5)$	۴
۵	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \xrightarrow{(0,3)} 3 = 0 + d \Rightarrow d = 3 \quad (0/25)$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \xrightarrow{x=0} f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0 \quad (0/25)$ <p>نقطه اکسترمم است پس:</p> <p>چون $(1, -1)$ نقطه عطف است: $(1, -1) \xrightarrow{f(1)=-1} -1 = a + b + 3 \Rightarrow a + b = -4 \quad (0/25)$</p> $f''(x) = 6ax + 2b \xrightarrow{x=1} f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b = -4 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -6 \quad (0/5)$	۵
۶	<p>f در $[-5, 1]$ پیوسته $(0/25)$ و در $(-5, 1)$ مشتق پذیر است $(0/25)$ و $f(1) = f(-5) = 3 \quad (0/5)$ پس شرایط قضیه رول برقرار است:</p> $\exists c \in (-5, 1) : f'(c) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow f'(x) = 2x + 4 \Rightarrow 2c + 4 = 0 \Rightarrow c = -2 \quad (0/25)$	۶
«داده در صفحه ی دوم»		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی
دوره ی پیش دانشگاهی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۴ / ۳
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	<p>(۰/۲۵) $D = \mathbb{R} - \{1, -2\}$ و $x = -2$ و $x = 1$: مجانب قائم (۰/۲۵) و $y = 1$ مجانب افقی (۰/۲۵)</p> $y' = \frac{(2x+1)(x^2+x-2) - (2x+1)(x^2+x+2)}{(x^2+x-2)^2}$ <p>$y' = 0 \Rightarrow -4(2x+1) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{7}{9}$ (۰/۲۵)</p> <p>$x = 0 \Rightarrow y = -1$ (۰/۲۵) $y = 0 \Rightarrow$ موجود نیست</p>	۲/۵
۸	<p>$f(x) = \cos x$ را در بازه $(\frac{\pi}{4}, x)$ در نظر می گیریم (۰/۲۵) بنابر قضیه مقدار میانگین داریم:</p> $f(x) - f(\frac{\pi}{4}) = f'(c)(x - \frac{\pi}{4})$ (۰/۲۵) <p>$\cos x - 0 = (-\sin c)(x - \frac{\pi}{4})$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x = \sin c \left x - \frac{\pi}{4} \right$ (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی می دانیم $\sin c \leq 1$ لذا $\cos x \leq \left x - \frac{\pi}{4} \right$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۹	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \sin x} = \frac{0}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x + x \cos x} = \frac{0}{0}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x} = \frac{0}{2} = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \tan^3 x \tan(\frac{\pi}{6} - x) = 0 \times \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\tan(\frac{\pi}{6} - x)}{\cot^3 x} = \frac{0}{0}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{-(1 + \tan^2(\frac{\pi}{6} - x))}{-3(1 + \cot^2 x)} = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵)</p>	۲
	«ادامه در صفحه ی سوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی
دوره ی پیش دانشگاهی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۳ / ۴ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۰	$f(x) = \text{Arc cot} \sqrt{x} \Rightarrow dy = f'(x)dx \quad (۰/۲۵) \Rightarrow dy = \frac{-1}{1+\sqrt{x}} dx \quad (۰/۵)$ $dy = \frac{-1}{1+1} \times ۰/۰۵ = \frac{-1}{۲} \times \frac{۵}{۱۰۰} = \frac{-۵}{۲۰۰} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵												
۱۱	<p>f در $[a, b]$ پیوسته است پس مقدار ماکزیمم (M) و مینیمم مطلق (m) خود را در این بازه دارد (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین برای هر $x \in [a, b]$ داریم:</p> $m \leq f(x) \leq M \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \int_a^b m dx \leq \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b M dx \quad (۰/۲۵)$ $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵												
۱۲	$f(x) = x^3 + 3x + 1$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-۲</td> <td>-۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>$f(x_i)$</td> <td>-۱۳</td> <td>-۳</td> <td>۱</td> <td>۵</td> <td>۱۵</td> </tr> </table> $\Delta x = \frac{2-(-2)}{4} = 1 \quad (۰/۲۵)$ $L_f(f) = \sum_{i=1}^4 f(t_i) \Delta x \quad (۰/۲۵) = 1(-13 - 3 + 1 + 5) = -10 \quad (۰/۲۵)$ $U_f(f) = \sum_{i=1}^4 f(u_i) \Delta x \quad (۰/۲۵) = 1(-3 + 1 + 5 + 15) = 18 \quad (۰/۲۵)$	x_i	-۲	-۱	۰	۱	۲	$f(x_i)$	-۱۳	-۳	۱	۵	۱۵	۱/۷۵
x_i	-۲	-۱	۰	۱	۲									
$f(x_i)$	-۱۳	-۳	۱	۵	۱۵									
۱۳	$f'(x) = 1 \times x^2 - 0 = x^2 \quad (۰/۵) \Rightarrow g'(x) = \Delta f(\Delta x) = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = 2x\Delta x \quad (۰/۲۵)$	۱												
۱۴	<p>الف) $\int (2x^3 - x^{-\frac{1}{3}}) dx = \frac{1}{2} x^4 - \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + c \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $\int \tan^3 x (1 + \tan^2 x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + c \quad (۰/۲۵)$</p> <p>پ) $\int_0^1 2[x] dx + \int_1^{\frac{\pi}{2}} 2[x] dx = 0 + \int_1^{\frac{\pi}{2}} 2 dx = 2(\frac{\pi}{2} - 1) \quad (۰/۲۵)$</p>	۲												
۲۰	جمع نمره													

همان حتم ضمن عرض تشنه نباشید، لطفاً برای پاسخ هر دست دیگر بازم را به سبب منظور کنید.

دانلود نمونه سؤالات از سایت ریاضی سرا

WWW.RIAZISARA.IR