

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۸ / ۱۰ / ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات	نمره	

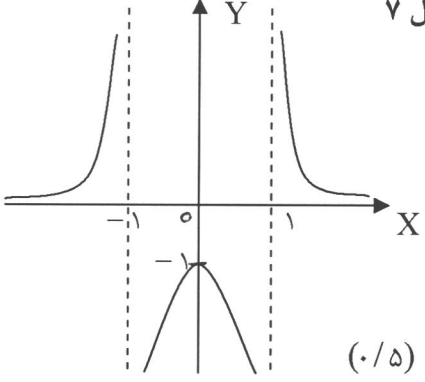
۱	طول نقاطی روی نمودار $x^2 - xy + y^2 = 1$ را بیابید که مماس بر منحنی در آن نقاط، افقی باشد.	۱/۵
۲	برای تابع $y = x^3 + 3x$ ، شیب خط قائم بر نمودار $x = f^{-1}(y)$ را در $1 \in D_f$ به دست آورید.	۱/۲۵
۳	در یک کارخانه تولید باطری ساعت، هزینه ی تولید X باطری در روز برابر $C(x) = 20000 + 8x + 0.2x^2$ تومان می باشد. الف) هزینه اولیه ی تولید چقدر است؟ ب) هزینه نهایی چیست؟ ج) هزینه واقعی تولید ۱۰۱ آمین باطری را محاسبه نمایید.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر تابع f در نقطه ی c دارای ماکسیمم نسبی باشد و $f'(c)$ وجود داشته باشد، آنگاه $f'(c) = 0$ است.	۱/۲۵
۵	برای تابع $f(x) = x^3 + 2x - 1$ شرایط قضیه ی مقدار میانگین را در بازه ی $[0, 1]$ بررسی کنید و در صورت برقراری شرایط، نقطه ی c مذکور در قضیه را بیابید.	۱/۵
۶	مقادیر a ، b و c را طوری بیابید که نقطه ی $(1, 2)$ ، نقطه ی عطف تابع $f(x) = ax^3 + 3bx^2 - c$ بوده و نمودار آن، محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۴ قطع کند.	۱/۷۵
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ را رسم کنید.	۲
۸	با استفاده از قاعده ی هوییتال، مقدار حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 4) \cot(\pi x)$	۱
۹	با استفاده از دیفرانسیل، مقدار تقریبی $\sqrt{17}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۰	اگر $x_1 = 1$ اولین تقریب برای ریشه ی معادله ی $x^3 + 5x - 4 = 0$ باشد، تقریب بعدی را با روش نیوتن بیابید.	۱/۲۵
۱۱	ابتدا برای تابع $f(x) = 3x^2$ روی بازه ی $[0, 2]$ ، $U_n(f)$ را به دست آورید، سپس $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n(f)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۲	بدون محاسبه ی انتگرال، $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{1+t} dt$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	بدون محاسبه انتگرال، نامساوی $\int_{-1}^1 (4x^3 + 2x + 1) dx \leq 14$ را ثابت کنید.	۱/۵
۱۴	انتگرالهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\int x(5x^2 - 1)^2 dx$ ب) $\int_{-2}^0 x + 1 dx$	۲
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۸ / ۱۰ / ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱	$\frac{dy}{dx} = \frac{-(2x-y)}{-x+2y} \quad (۰/۵) \quad \xrightarrow{y'=0} y=2x \quad (۰/۲۵)$ $x^2 - 2x^2 + 4x^2 - 1 = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 3x^2 = 1 \Rightarrow x = +\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۰/۲۵), \quad x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۲	$(1, b) \in D_f \Rightarrow (b, 1) \in D_{f^{-1}} \Rightarrow b = f(1) = 4 \quad (۰/۲۵), \quad f'(x) = 3x^2 + 3 \quad (۰/۲۵)$ $m = (f^{-1})'(4) = \frac{1}{f'(1)} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = \frac{1}{6} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m' = -6 \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۳	<p>الف) $C(0) = 20000 \quad (۰/۲۵)$ ب) $C'(x) = 8 + 0.4x \quad (۰/۵)$</p> <p>ج) $C(101) - C(100) = 22848/2 - 22800 = 48/2 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱/۲۵
۴	قضیه ی کتاب - صفحه ی ۱۲۸ (۱/۲۵ نمره)	۱/۲۵
۵	<p>تابع f در بازه $[0, 1]$ پیوسته و روی بازه $(0, 1)$ مشتق پذیر است. $(۰/۲۵)$ بنابراین حداقل یک $c \in (0, 1)$ وجود دارد که</p> $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \Rightarrow 3c^2 + 2 = \frac{2-(-1)}{1-0} = 3 \Rightarrow c^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow c = -\frac{\sqrt{3}}{3} \notin (0, 1)$ <p>غیر قابل قبول $(۰/۵)$</p> $c = +\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۶	$f(0) = 4 \Rightarrow C = -4 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = 3ax^2 + 6bx \quad (۰/۲۵), \quad f''(x) = 6ax + 6b \quad (۰/۲۵)$ $f''(1) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \quad (۰/۲۵), \quad f(1) = 2 \Rightarrow a + 3b = -2 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} a + b = 0 \\ a + 3b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \quad (۰/۲۵), \quad b = -1 \quad (۰/۲۵)$	۱/۷۵
۷	$D = \mathbb{R} - \{1, -1\} \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 0 \quad \text{طول نقطه بحرانی}$ <p>مجانب افقی $(۰/۲۵) \Rightarrow y = 0$</p> <p>مجانبهای قائم $(۰/۲۵) \Rightarrow x = 1, x = -1$</p>	۲

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	سوالات	ردیف

	<p>ادامه جواب سوال ۷</p>  <p>(۰/۵)</p>	۷
۱	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\tan(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x}{\pi(1 + \tan^2 \pi x)} = \frac{-4}{\pi} \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۵)</p>	۸
۱/۲۵	$f(x) = \sqrt{x}, x = 16, \Delta x = 1, f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (۰/۵)$ $f(x + \Delta x) \approx f'(x)\Delta x + f(x) \xrightarrow{(۰/۲۵)} \sqrt{17} \approx \frac{1}{2\sqrt{16}} \times 1 + \sqrt{16} = 4.125 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۵)</p>	۹
۱/۲۵	$f(x) = x^2 + 5x - 4 \Rightarrow f'(x) = 2x^2 + 5 \quad (۰/۲۵)$ $x_7 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x_7 = 1 - \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۵)</p>	۱۰
۱/۵	$\Delta x = \frac{2}{n} \quad (۰/۲۵), \quad x_i = \frac{2i}{n} \quad (۰/۲۵)$ $U_n(f) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n}\right)^2 = \frac{2^3}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{2^3}{n^3} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{n^3} \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n(f) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n(n+1)(2n+1)}{n^3} = 8 \quad (۰/۲۵)$	۱۱
۱	$\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{1+t^2} dx = -\frac{d}{dx} \int_1^{\sqrt{x}} \frac{1}{1+t^2} dx = -\left(\sqrt{x}\right)' \times \frac{1}{1+(\sqrt{x})^2} = \frac{-1}{2\sqrt{x}(1+x)} \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱۲
۱/۵	<p>تابع $f(x) = 4x^2 + 2x + 1$ در بازه ی $[-1, 1]$ پیوسته (۰/۲۵) و $f'(x) = 8x + 2$ همواره صعودی است. (۰/۲۵)</p> $m = f(-1) = -5 \quad (۰/۲۵)$ $M = f(1) = 7 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow -5 \leq \int_{-1}^1 (4x^2 + 2x + 1) dx \leq 7 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow -10 \leq \int_{-1}^1 (4x^2 + 2x + 1) dx \leq 14 \quad (۰/۲۵)$	۱۳

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	سوالات	ردیف

۲	<p>الف) $\frac{1}{10} \int 10x \left(5x^2 - 1 \right)^2 dx = \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} \times \left(5x^2 - 1 \right)^3 + c$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\int_{-1}^{-1/2} x+1 dx + \int_{-1}^0 x+1 dx = \int_{-1}^{-1/2} (-x-1) dx + \int_{-1}^0 (x+1) dx =$ $(-\frac{1}{2}x^2 - x) \Big _{-1}^{-1/2} + (\frac{1}{2}x^2 + x) \Big _{-1}^0 = 1 \quad (0/25)$ $(0/25) \quad (0/25)$</p>	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

WWW.RIAZISARA.IR