

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۱۲/۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	
ردیف	سؤالات	نمره	

۱	معادله ی خط مماس بر منحنی $xy^2 + 2x^2y^2 + 3 = 0$ را در نقطه ای به طول ۱ روی منحنی بنویسید.	۱/۲۵
۲	وجود یا عدم وجود مشتق دوم را برای تابع $f(x) = x x $ در نقطه ی $x = 0$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۳	متحرکی روی نمودار $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ به گونه ای حرکت می کند که آهنگ افزایش مؤلفه ی $x$ آن ۱۰ سانتی متر در ثانیه است. هنگامی که متحرک در نقطه ای به طول ۲ روی منحنی قرار گرفت، مؤلفه ی $y$ آن با چه سرعتی تغییر می کند؟	۰/۷۵
۴	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر $f(x) = x^3 - 1$ باشد، $(f^{-1})'(0)$ برابر است با ----- ب) اگر $I$ یک بازه باشد و برای هر $x \in I$ داشته باشیم $f'(x) > 0$ ، آنگاه $f$ روی $I$ ----- است. ج) یکی از ریشه های معادله ی $2x^2 - \sqrt{2} = 0$ در بازه ی $[0, 1]$ قرار دارد. با استفاده از روش نصف کردن، بازه ی بعدی که این ریشه در آن قرار دارد برابر است با -----.	۱
۵	نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی $a$ و $b$ که $a < b$ ، داریم $ \cos b - \cos a  \leq  b - a $ .	۱/۲۵
۶	مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید تا تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + x + 3$ روی بازه ی $[-1, 1]$ و در نقطه ی $c = \frac{1}{4}$ در شرایط قضیه ی رول صدق کند.	۱/۵
۷	با استفاده از قاعده ی هسپیتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{\cos(\frac{3\pi - x}{2})}$	۱
۸	طول نقاط عطف منحنی تابع $y = \frac{1}{1 + x^2}$ را در صورت وجود، به دست آورید.	۱/۵
۹	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x^2}{x - 1}$ را رسم کنید.	۲
۱۰	با استفاده از دیفرانسیل، مقدار تقریبی $\sqrt[4]{83}$ را تا سه رقم اعشار محاسبه کنید.	۱
۱۱	با استفاده از آزمون مشتق دوم، طول نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع $y = \sin x + \cos x$ را در بازه ی $[0, 2\pi]$ معین کنید.	۱
۱۲	مقدار تقریب اضافی مساحت زیر منحنی $y = x^2 + 1$ را در بازه ی $[1, 2]$ ، برای $n = 3$ به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	مقدار متوسط تابع $f(x) = \frac{2}{x^2}$ ، در بازه ی $[1, c]$ ، برابر با ۱ است. مقدار $c$ را بیابید.	۱/۲۵

ادامه ی سؤالات در برگه ی دوم

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی			تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۲ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۹-۹۰			مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	
ردیف	سؤالات			نمره

۱۴	بدون محاسبه ی انتگرال، مشتق $\frac{d}{dx} \int_{x^2+2}^1 \frac{\sin \sqrt{t}}{1+t^2} dt$ را محاسبه کنید.	۱
۱۵	انتگرالهای توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\int \frac{1}{x^2} \sqrt{1+\frac{1}{x}} dx$ ب) $\int_3^4  x-4  dx$	۱/۷۵
۱۶	ثابت کنید اگر $f$ در بازه ی بسته ی $[a, b]$ پیوسته باشد، آنگاه عدد حقیقی $c$ که $a \leq c \leq b$ وجود دارد که $\int_a^b f(x) dx = f(c)(b-a)$ .	۰/۷۵
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

WWW.RIAZISARA.IR

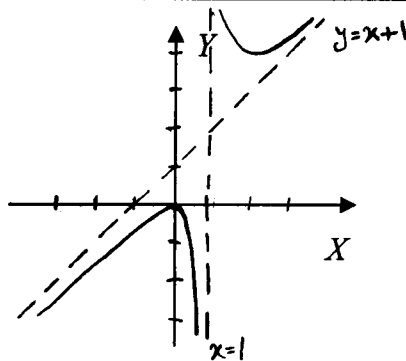
دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۲ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۲۵	$x=1 \Rightarrow 3y^2+3=0 \Rightarrow y=-1 \quad (0/25)$ $y' = \frac{-(y^2+4xy^2)(0/25)}{(3xy^2+6x^2y^2)(0/25)} \Rightarrow m = \frac{5}{9} \quad (0/25) \Rightarrow y+1 = \frac{5}{9}(x-1) \quad (0/25)$	۱															
۱/۲۵	$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases} \quad (0/25) \Rightarrow \begin{aligned} f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2-0}{x-0} = 0 \quad (0/25) \\ f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x^2-0}{x-0} = 0 \quad (0/25) \end{aligned}$ $f'(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases} \quad (0/25) \Rightarrow \begin{aligned} f''_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-0}{x-0} = 2 \quad (0/25) \\ f''_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x-0}{x-0} = -2 \quad (0/25) \end{aligned} \Rightarrow f''(0) \text{ وجود ندارد} \quad (0/25)$	۲															
۰/۷۵	$y' = \frac{(-x^2+1)x'}{(x^2+1)^2} \quad (0/25) \Rightarrow y' = \frac{-6}{5} \quad (0/25)$	۳															
۱	الف) $\frac{1}{3} \quad (0/25)$ ب) صعودی اکید $(0/5)$ ج) $[\frac{1}{3}, 1] \quad (0/25)$	۴															
۱/۲۵	با فرض $f(x) = \cos x$ روی بازه ی $[a, b]$ پیوسته $(0/25)$ و روی بازه ی $(a, b)$ مشتق پذیر است. $(0/25)$ لذا طبق قضیه ی مقدار میانگین $\exists c \in (a, b), f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \quad (0/25)$ . بنابراین $\cos b - \cos a = -\sin c (b-a) \quad (0/25)$ و چون $ \sin c  \leq 1$ در نتیجه $ \cos b - \cos a  \leq  b-a  \quad (0/25)$ .	۵															
۱/۵	$f(-1) = f(1) \quad (0/25) \Rightarrow -a+b-1+3 = a+b+1+3 \quad (0/25) \Rightarrow a = -1 \quad (0/25)$ $f'(c) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow -3c^2+2bc+1=0 \quad (0/25) \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$	۶															
۱	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+\cos x)(0/25)}{\frac{1}{2} \sin(\frac{3\pi-x}{2})(0/5)} = -4 \quad (0/25)$	۷															
۱/۵	$y' = \frac{(-2x)(0/25)}{(x^2+1)^2} \quad (0/25), \quad y'' = \frac{2(3x^2-1)(0/25)}{(x^2+1)^2} \quad (0/25)$ $y'' = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{\sqrt{3}}{3}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y''</math></td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>∪</td> <td>عطف</td> <td>عطف</td> <td>∪</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	$x$	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$	$y''$	+	۰	-	۰	$y$	∪	عطف	عطف	∪	۸
$x$	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$													
$y''$	+	۰	-	۰													
$y$	∪	عطف	عطف	∪													

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۱۲/۱۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$\begin{cases} x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x=1 \quad \text{مجاانب قائم} \quad (۰/۲۵)$ $y = x+1 + \frac{1}{x-1} \Rightarrow y = x+1 \quad \text{مجاانب افقی} \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{(x^2 - 2x) (۰/۲۵)}{(x-1)^2 (۰/۲۵)} \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow x=0, 2$ <table border="1" style="margin: 10px auto; width: 300px;"> <tr> <td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr> <td>y</td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\nearrow</math></td><td>0</td><td><math>\searrow</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> </table> <div style="text-align: center;">(۰/۵)</div>  <div style="text-align: right;">(۰/۵)</div>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	y'		+	0	-	+	y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$+\infty$	۹
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
y'		+	0	-	+															
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$+\infty$															
۱	$f(x) = \sqrt[4]{x}, x=3, \Delta x=2 \quad f(x+\Delta x) \approx f'(x)\Delta x + f(x)$ $f'(x) = \frac{1}{4\sqrt[3]{x^3}} \quad (۰/۲۵) \quad , \quad \sqrt[4]{83} \approx \underbrace{\left(\frac{1}{4\sqrt[3]{81}} \times 2\right)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\sqrt[4]{81}}_{(۰/۲۵)} = \frac{2}{108} + 3 = 3.018 \quad (۰/۲۵)$	۱۰																		
۱	$y' = \cos x - \sin x, y' = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} < 0 \quad \text{ماکسیمم نسبی} \quad \frac{\pi}{4} \quad (۰/۲۵)$ $y'' = -\sin x - \cos x \quad (۰/۲۵) \quad f''\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sqrt{2} > 0 \quad \text{مینیمم نسبی} \quad \frac{5\pi}{4} \quad (۰/۲۵)$	۱۱																		
۱/۲۵	$\Delta x = \frac{1}{3}, \quad \sum_{i=1}^3 f(x_i) \Delta x = \frac{1}{3} \times \left( f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) = \frac{1}{3} \left( \frac{25}{9} + \frac{34}{9} + 5 \right) = \frac{104}{27} \quad (۰/۲۵)$	۱۲																		
۱/۲۵	$\frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{2}{x^2} dx = 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{1}{c-1} \left( -\frac{2}{x} \Big _1^c \right) = 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{-2}{c-1} \times \left( \frac{1}{c} - 1 \right) = 1 \quad (۰/۵) \Rightarrow c=2 \quad (۰/۲۵)$	۱۳																		
۱	$\frac{d}{dx} \int_{x^2+2}^1 \frac{\sin \sqrt{t}}{1+t^2} dt = \underbrace{-(2x)}_{(۰/۵)} \times \underbrace{\frac{\sin \sqrt{x^2+2}}{(x^2+2)^2+1}}_{(۰/۵)}$	۱۴																		
۱/۲۵	<p>الف) <math display="block">-\int -\frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} dx = -\frac{1}{1+\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{1+\frac{1}{2}} = -\frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{2}} + c \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>ب) <math display="block">\int_2^4 -(x-4) dx = \underbrace{-\frac{1}{2}x^2 + 4x \Big _2^4}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\left(-\frac{1}{2} \times 16 + 16\right)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{\left(-\frac{9}{2} + 12\right)}_{(۰/۲۵)} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)</math></p>	۱۵																		
۰/۷۵	قضیه ۷ کتاب - صفحه ۱۹۱ ( همکاران محترم، به تناسب نمره داده شود. )																			
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																			