

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۳۰ : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۲ / ۸			
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۹-۹۰					
ردیف		سؤالات			نمره
		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir			

۱	ابتدا مجموعه ی $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 2x-1 < 1\}$ را به صورت یک همسایگی متقارن بنویسید. سپس مرکز و شعاع آن را تعیین کنید.	۱
۲	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ب) $\sqrt{2}$ کوچکترین کران بالای مجموعه ی $\{q \in \mathbb{Q} \mid q > 0, q^2 < 2\}$ در \mathbb{R} است. (\mathbb{Q} مجموعه ی اعداد گویاست.) ج) $(2, 4) - \{3\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x-3 < 1\}$ د) $\forall a, b \in \mathbb{R}, a-b \leq a - b $	۱
۳	با استفاده از تعریف حد دنباله ها، ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{3n^2} = 0$	۱
۴	دنباله ی $a_n = 3 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ مفروض است : الف) چهار جمله ی اول دنباله را بنویسید. ب) یک کران بالا و یک کران پایین برای این دنباله بنویسید.	۱/۵
۵	با ذکر دلیل، همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی کنید. الف) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k-1} + \sqrt{k}}$ ب) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!}$	۲
۶	عددگویا با بسط اعشاری $0.33333 \dots$ را به شکل یک سری بنویسید و سپس به کمک آن، کسر مولد این عدد را پیدا کنید.	۱
۷	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید تابع $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در $x=0$ حد ندارد.	۱/۵
۸	بدون استفاده از هم ارزی و قاعده ی هسپیتال، حد های زیر را در صورت وجود، بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8}{x^2 - 2x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{3 - x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x}$	۲/۵
۹	نشان دهید تابع $f(x) = \frac{1}{\pi}x - \cos x - 1$ در بازه ی $[0, \pi]$ ، حداقل در یک نقطه، محور طولها را قطع می کند.	۱
۱۰	برای تابع $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ ، با اختصاص مقدار مناسبی در نقطه ی $x=0$ ، تابع جدید پیوسته ای در نقطه ی داده شده بسازید.	۱
۱۱	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر تابع f در بازه ی $[a, b]$ پیوسته و صعودی اکید باشد، آنگاه برد f برابر با بازه ی ----- است. ب) تابع f روی مجموعه ی A دارای ماکسیمم مطلق است هر گاه نقطه ای مانند $a \in A$ یافت شود که برای هر $x \in A$ ، ----- باشد.	۱

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۳۰ : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۲ / ۸		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات			
	نمره			

۱۲	معادله ی مجانب های تابع زیر را بنویسید.	۱/۵
	$f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$	
۱۳	اگر $f(x) = 2x^4 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$ باشند، مشتق تابع $f \circ g$ را در $x = 0$ بیابید.	۱/۵
۱۴	اگر مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{a}{x} + x$ در $x = 1$ برابر ۳ باشد، a را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۵	طول نقاطی را تعیین کنید که خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^6 - 2x^2$ در آن نقاط، افقی باشد.	۱
۱۶	حد زیر مربوط به مشتق تابع f در نقطه ی a است. a را تعیین کرده و یک ضابطه برای تابع f بنویسید.	۰/۷۵
	$\lim_{h \rightarrow a} \frac{(-2+h)^2 + 3(-2+h) + 2}{h}$	
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

WWW.RIAZISARA.IR

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۲ / ۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۹-۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱	$ 2x-1 < 1 \Rightarrow -1 < 2x-1 < 1 \Rightarrow 0 < x < 1 \Rightarrow (0,1) \quad (0/5)$ $\text{شعاع} = \frac{1-0}{2} = \frac{1}{2} \quad (0/25) \quad \text{و} \quad \text{مرکز} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) درست (۰/۲۵) د) نادرست (۰/۲۵)	۱
۳	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, \forall n \geq M \Rightarrow \left \frac{1}{3n^2} - 0 \right < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{3n^2} < \varepsilon \Rightarrow n^2 > \frac{1}{3\varepsilon} \quad (0/25)$ $\Rightarrow n > \sqrt{\frac{1}{3\varepsilon}} \quad (0/25) \Rightarrow M \geq \sqrt{\frac{1}{3\varepsilon}} \quad (0/25)$	۱
۴	$a_1 = 2, a_2 = 3 + \frac{1}{\sqrt{2}}, a_3 = 3 - \frac{1}{\sqrt{3}}, a_4 = \frac{7}{2} \quad (1)$ <p>ب) کران بالا برابر با عدد ۴ (۰/۲۵) و کران پایین برابر با عدد ۲ (۰/۲۵) می تواند باشد.</p>	۱/۵
۵	<p>الف) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k-1} + \sqrt{k}} \times \frac{\sqrt{k} - \sqrt{k-1}}{\sqrt{k} - \sqrt{k-1}} = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} - \sqrt{k-1}) = 1 - \sqrt{n-1} \quad (0/25)$</p> <p>(۰/۲۵) چون دنباله ی $\{S_n\}$ واگراست، سری نیز واگراست.</p> <p>ب) $S_n = 1 + 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \dots + \frac{1}{1 \times 2 \times \dots \times n} < 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} < 3 \quad (0/25)$</p> <p>دنباله ی $\{S_n\}$ صعودی و کراندار است. (۰/۲۵) پس سری همگراست. (۰/۲۵)</p>	۲
۶	$0.333 \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{10^k} = \frac{\frac{3}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{3} \quad (0/25)$	۱
۷	$a_n = \frac{1}{2n\pi} \quad (0/25), \quad a_n \neq 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 1 \quad (0/25)$ $b_n = \frac{1}{(2n+1)\pi} \quad (0/25), \quad b_n \neq 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = -1 \quad (0/25)$ <p>چون دو دنباله ی $\{f(b_n)\}$ و $\{f(a_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرايند (۰/۲۵)، لذا تابع $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۸	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x(x-2)} = 6 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (0/25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{x} \times \frac{\sqrt{x+25}+5}{\sqrt{x+25}+5} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+25}+5)} = \frac{1}{10} \quad (0/25)$</p>	۲/۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۲ / ۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه) سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۹	تابع f در بازه $[\pi, 0]$ پیوسته است (۰/۲۵) و داریم: $f(0) = -2$ و $f(\pi) = 1$ (۰/۲۵). چون $f(0) \times f(\pi) < 0$ طبق قضیه ی مقدار میانی (۰/۲۵) معادله ی $f(x) = 0$ در بازه ی $[\pi, 0]$ حداقل یک جواب دارد. (۰/۲۵)	۱
۱۰	تابع $y = \sin \frac{1}{x}$ در یک همسایگی محذوف از نقطه صفر، کراندار است. (۰/۲۵) بنابراین $\lim_{x \rightarrow 0} x^r \sin \frac{1}{x} = 0$ (۰/۲۵). لذا $g(x) = \begin{cases} x^r \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ تابعی است که در صفر پیوسته است. (۰/۵)	۱
۱۱	الف) $[f(a), f(b)]$ (۰/۵) ب) $f(a) \geq f(x)$ (۰/۵)	۱
۱۲	$a_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$ (۰/۲۵) , $b_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1} - 2x) = 0$ (۰/۲۵) مجانب مایل: $y = 2x$ (۰/۲۵) $a_r = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x(x - x)} = 0$ (۰/۲۵) , $b_r = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x - x } = 0$ (۰/۲۵) مجانب افقی: $y = 0$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۳	$f'(x) = 8x^r$ (۰/۲۵) , $g'(x) = \frac{-x}{(x^r + 3)\sqrt{x^r + 3}}$ (۰/۲۵) , $g(0) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (۰/۲۵) $(fog)'(0) = f'(g(0)) \times g'(0) = 8(\frac{1}{\sqrt{3}})^r \times 0 = 0$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱/۵
۱۴	$f'(x) = \frac{-a}{x^r} + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{-a}{(1)^r} + 1 = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = -2$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۵	$f'(x) = 4x^r - 4x \Rightarrow 4x^r - 4x = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 0, -1, 1$ (۰/۷۵)	۱
۱۶	$f(x) = x^r + 2x$ (۰/۵) , $a = -2$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

WWW.RIAZISARA.IR

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

