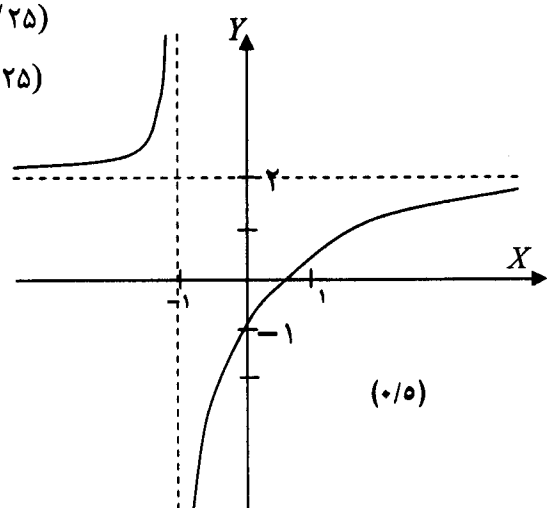


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی			
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱			
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف	سؤالات		
	نمره		

۱	از نقطه‌ی $(1, -1)$ بر نمودار $xy^3 + 3x^2y + 4x + 1 = 0$ خط مماسی رسم می‌کنیم. معادله‌ی خط مماس را بنویسید.	۱/۵
۲	برای تابع $f(x) = x^3 + 2x - 2$ مقدار $(f^{-1})'(1)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۳	مقدار عددی مشتق سوم تابع $f(x) = 2\cos 2x$ را در $x = \frac{\pi}{4}$ بیابید.	۱
۴	محدوده‌ی $b$ چنان بیابید که تابع $y = \frac{x+b}{x-1}$ برای $x \in (1, +\infty)$ همواره نزولی باشد.	۱/۲۵
۵	دو تابع مشتق پذیر $f$ و $g$ روی بازه‌ی $I$ را در نظر بگیرید به طوری که برای $x \in I$ ، $f'(x) = g'(x)$ . نشان دهید عددی حقیقی مانند $k$ وجود دارد که برای $x \in I$ ، $f(x) = g(x) + k$ .	۱/۲۵
۶	مقدار ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$ را روی بازه‌ی $[-1, 2]$ در صورت وجود تعیین کنید.	۲
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.	۲
۸	جهت تغییرات و نقطه‌ی عطف تابع $y = x^3 + 3x^2 - 3x - 3$ را در صورت وجود پیدا کنید.	۱/۵
۹	با استفاده از قاعده‌ی هسپتال حد زیر را محاسبه کنید.	۱
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi x}{3}}{x^2 - 5x + 6}$	
۱۰	مقدار تقریبی $\sqrt{26}$ را به دست آورید.	۱
۱۱	مقدار تقریب اضافی مساحت زیر منحنی $f(x) = -x^2 + 4x$ را در بازه‌ی $[0, 2]$ برای $n = 4$ به دست آورید.	۲
۱۲	مقدار متوسط تابع $g(x) = x + 2$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ بیابید.	۱
۱۳	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	۱
	$\frac{d}{dt} \int_t^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx$	
۱۴	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.	۲
	الف) $\int x^2 \sin(x^2 + 2) dx$ ب) $\int_0^2  x-1  dx$	
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.
		WWW.RIAZISARA.IR

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۱ / ۲ / ۳۰	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۵	$\frac{dy}{dx} = -\frac{(2y^3 + 6xy + 4) \cdot (0/5)}{6xy^2 + 3x^2 \cdot (0/5)} \Rightarrow m = \frac{4}{9} \cdot (0/25) \Rightarrow y+1 = \frac{4}{9}(x-1) \Rightarrow y = \frac{4}{9}x - \frac{13}{9}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱												
۱/۵	$x^2 + 2x - 2 = 1 \cdot (0/25) \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x^2 + x + 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x + 3 \neq 0 \ (\Delta < 0) \cdot (0/25) \\ x = 1 \cdot (0/25) \end{cases} \Rightarrow (1,1) \in f^{-1}$ $f'(x) = 3x^2 + 2 \cdot (0/25) \ , \ f'(1) = 5 \Rightarrow \underbrace{(f^{-1})'(1) = \frac{1}{f'(1)}}_{(0/25)} = \frac{1}{5} \cdot (0/25)$	۲												
۱	$f'(x) = -4 \sin 2x \cdot (0/25) \Rightarrow f''(x) = -8 \cos 2x \cdot (0/25) \Rightarrow f'''(x) = 16 \sin 2x \cdot (0/25) \Rightarrow f'''(\frac{\pi}{4}) = 16 \cdot (0/25)$	۳												
۱/۲۵	$f'(x) = \frac{(x-1) - (x+b) \cdot (0/25)}{(x-1)^2 \cdot (0/25)} = \frac{-b-1 \cdot (0/25)}{(x-1)^2} < 0 \cdot (0/25) \Rightarrow b > -1 \cdot (0/25)$	۴												
۱/۲۵	<p>فرض کنیم <math>h(x) = f(x) - g(x)</math> (۰/۲۵). واضح است که <math>\forall x \in I, h'(x) = f'(x) - g'(x) = 0</math> (۰/۲۵). نتیجه ای از قضیه مقدار میانگین <math>h</math> روی <math>I</math> ثابت است (۰/۲۵). بنابراین <math>\exists k \in \mathbb{R}, h(x) = k</math> (۰/۲۵). به عبارت دیگر روی <math>I, f(x) = g(x) + k</math> (۰/۲۵)</p>	۵												
۲	$f(-1) = \frac{1}{2} \cdot (0/25)$ $f'(x) = \frac{-2x}{(1+x^2)^2} \cdot (0/5) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0 \cdot (0/25) \Rightarrow f(0) = 1 \cdot (0/25)$ <p style="text-align: right;">(۰/۲۵) ماکسیمم مطلق</p> $f(2) = \frac{1}{5} \cdot (0/25)$ <p style="text-align: right;">(۰/۲۵) مینیمم مطلق</p>	۶												
۲	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> <math display="block">\begin{cases} x \rightarrow -1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ مجانب قائم} \cdot (0/25) \text{ و } \begin{cases} x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 2 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \text{ مجانب افقی} \cdot (0/25)</math> </div> <div> <math display="block">y' = \frac{3}{(x+1)^2} &gt; 0 \cdot (0/25) \ , \ x=0 \Rightarrow y=-1 \cdot (0/25)</math> <math display="block">y=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \cdot (0/25)</math> </div> </div> <table style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>1</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>+</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>+</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>+</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>2</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>2</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <div style="text-align: right;">  <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p> </div>	$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$y'$	$+$	$+$	$+$	$y$	$2$	$+\infty$	$2$	۷
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$											
$y'$	$+$	$+$	$+$											
$y$	$2$	$+\infty$	$2$											

**WWW.RIAZISARA.IR**

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۳۰ / ۲ / ۱۳۹۱	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۵	$y' = 3x^2 + 6x - 3 \quad (۰/۲۵)$ $y'' = 6x + 6 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{y''=0} x = -1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) نقطه‌ی عطف (-۱, ۲)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>-۱</td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td>y''</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td></tr> <tr> <td>y</td><td>∩</td><td>۲</td><td>∪</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-۱	$+\infty$	y''	-	۰	+	y	∩	۲	∪	۸
x	$-\infty$	-۱	$+\infty$											
y''	-	۰	+											
y	∩	۲	∪											
۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi x}{3}}{(2x-5)} = -\frac{\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$	۹												
۱	$f(x) = \sqrt{x}, x = 25, \Delta x = 1 \quad (۰/۲۵), \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sqrt{26} \approx \sqrt{25} + 1 \times \frac{1}{2\sqrt{25}} = 5/1 \quad (۰/۲۵)$	۱۰												
۲	$\Delta x = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵), \quad \sum_{i=1}^4 f(u_i) \Delta x = \frac{1}{4} (f(\frac{1}{4}) + f(1) + f(\frac{9}{4}) + f(4)) = \frac{1}{4} (\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + 2) = \frac{1}{4} (\frac{7}{2} + 3 + \frac{15}{2} + 4) = \frac{25}{4} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(*) (۰/۵) (۱)</p> <p style="text-align: center;">(در صورتی که به جای (*) جدول محاسبات نیز آورده شد بارم مورد نظر داده شود.)</p>	۱۱												
۱	$\frac{1}{3+1} \int_{-1}^3 (x+2) dx = \frac{1}{4} \left( \left( \frac{1}{2} x^2 + 2x \right) \Big _{-1}^3 \right) = 3 \quad (۰/۲۵)$	۱۲												
۱	$\frac{d}{dt} \int_1^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx = \left( \frac{1}{2\sqrt{t}} \times \sqrt{1+(\sqrt{t})^2} \right) - \left( \frac{1}{(۰/۲۵)} \times \sqrt{1+t^2} \right) = \frac{\sqrt{1+t}}{2\sqrt{t}} - \sqrt{1+t^2}$	۱۳												
۲	<p>الف) <math>\frac{1}{3} \int 3x^2 \sin(x^3 + 2) dx = -\frac{1}{3} \cos(x^3 + 2) + c \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۵)</math></p> <p>ب) <math>\int_0^1  x-1  dx + \int_1^2  x-1  dx = \int_0^1 (-x+1) dx + \int_1^2 (x-1) dx = \left( -\frac{1}{2} x^2 + x \right) \Big _0^1 + \left( \frac{1}{2} x^2 - x \right) \Big _1^2 = 1 \quad (۰/۲۵)</math></p>	۱۴												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره داده شود. با سپاس و احترام													