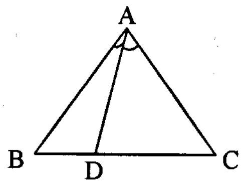
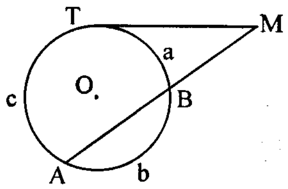
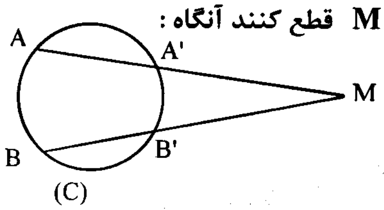
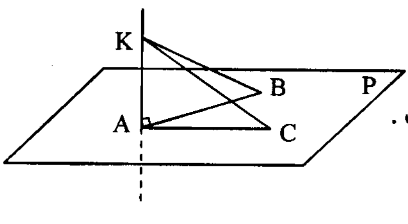
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **هندسه(۲)**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدت امتحان: **۱۳۵دقیقه**
نام و نام خانوادگی :	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان : **۹۴/۳/۱۶**	تعداد صفحه: **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در**نوبت خرداد** ماه سال **۱۳۹۴**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
	توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.	
۱	**واژه های زیر را تعریف کنید :** **الف) خطهای همرس　　　ب) چند ضلعی محاطی　　　ج) صفحهٔ عمود منصف یک پاره خط**	۰/۷۵
۲	**قضیه : ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند،آنگاه زاویهٔ مقابل به ضلع بزرگتر ،بزرگتراست از زاویهٔ مقابل به ضلع کوچکتر .**	۱/۵
۳	**درمثلث متساوی الساقین ABC ، نقطهٔ دلخواه P روی امتداد قاعدهٔ BC قرار دارد . ثابت کنید تفاضل فاصله های نقطهٔ P از دو ساق آن مقداری ثابت است .**	۱
۴	**مثلث ABC متساوی الاضلاع است .** **اگر $BD < DC$ ،ثابت کنید $B\hat{A}D < D\hat{A}C$** 	۰/۷۵
۵	**قضیه : ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث همرسند .** **(راهنمایی : از رأسهای مثلث خط هایی به موازات سه ضلع مثلث رسم کنید تا مثلث جدیدی تشکیل شود .)**	۱/۵
۶	**شعاعهای دو دایرهٔ هم مرکز ۱۰ و ۶ سانتی متر هستند . اندازهٔ وتری از دایرهٔ بزرگتر را که بر دایرهٔ کوچکتر مماس است پیدا کنید .**	۱
۷	**خط مماس بردایره در نقطهٔ T وامتداد وتر AB در نقطهٔ M متقاطعند .** **با فرض $\overset{\frown}{TB} = a$ ، $\overset{\frown}{BA} = b$ ، $\overset{\frown}{AT} = c$ و $\frac{a}{۱} = \frac{b}{۴} = \frac{c}{۵}$** **اندازهٔ زاویهٔ M را تعیین کنید.** 	۱
۸	**ثابت کنید اگر امتداد وتر های AA' و BB' ازدایرهٔ (C) یکدیگر را در نقطهٔ M قطع کنند آنگاه :** $MA \times MA' = MB \times MB'$ 	۱/۲۵
۹	**دایرهٔ $C(O, R)$ ونقطهٔ M واقع در خارج این دایره داده شده اند ، از نقطهٔ M بر این دایره دو مماس رسم کنید .(مراحل رسم را توضیح دهید)**	۱/۲۵
	«ادامهٔ پرسش ها در صفحهٔ دوم»	

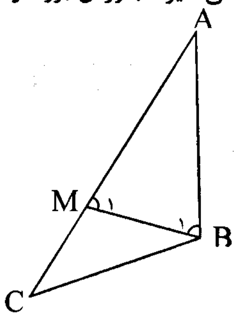
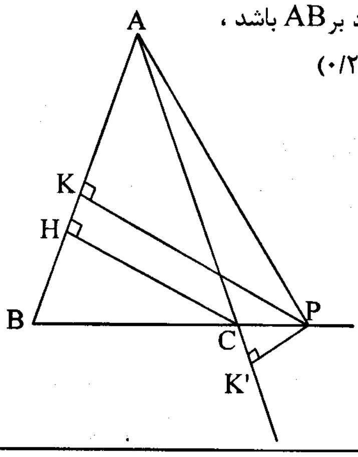
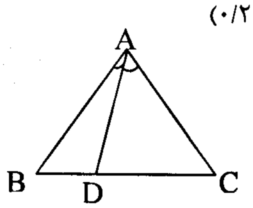
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **هندسه(۲)**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدت امتحان: **۱۳۵دقیقه**
نام و نام خانوادگی :	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان : **۹۴/۳/۱۶**	**تعداد صفحه: ۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در**نوبت خرداد** ماه سال **۱۳۹۴**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	**عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید :** الف) کمان در خور زاویهٔ 90° روبه رو به یک پاره خط مانند AB ، دایره ای .... است. ب) تبدیل نگاشتی .... از صفحه به روی خودش است . ج) حداقل .... نقطه در فضا وجود دارد که بر یک صفحه قرار ندارند. د) محل تقاطع دو صفحه .... آن دو صفحه نامیده می شود .	۱
۱۱	تحت یک بازتاب نقطهٔ (۱- , ۳-) روی نقطهٔ (۵ , ۳) تصویر شده است ، معادلهٔ محور بازتاب را بنویسید .	۱
۱۲	نقاط (۰ , ۳) A ، (۰ , ۵) B و (۴ , ۳) C رأس های یک مثلث هستند. الف) تصویر مثلث ABC را تحت تبدیل $D(x,y)=(-y+2\ ,\ x-2)$ بدست آورده و رسم کنید. ب) تصویر مثلث ABC را ابتدا تحت دوران $R(x,y)=(-y\ ,\ x)$ پیدا کرده وآن را $A'B'C'$ بنامید. سپس تصویر $A'B'C'$ را تحت انتقال $T(x,y)=(x+2\ ,\ y-2)$ تعیین کنید . نتیجه به دست آمده را با نتیجهٔ (الف) مقایسه کنید .	۲
۱۳	تحت تجانس به مرکز (۰ , ۰) نقطهٔ (۲ , ۴) A روی نقطهٔ (۱ , ۲)'A تصویر شده است ، ضابطهٔ تجانس را بنویسید و نوع آن را مشخص کنید .	۰/۷۵
۱۴	قضیه : با استفاده از ویژگیهای تبدیل بازتاب ثابت کنید زاویه های رو به رو به ضلع های مساوی در مثلث متساوی الساقین با یکدیگر برابرند .	۱
۱۵	درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید : الف) هر صفحه، با یک نقطه از آن ، و یک خط عمود بر آن ، مشخص می شود . ب) در هر مکعب مستطیل هریال با یک و تنها یک وجه آن موازی است. ج) اگر P و Q دو صفحهٔ عمود بر هم باشند ، هر کدام شامل خطی است که بر دیگری عمود است .	۰/۷۵
۱۶	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با صفحهٔ P موازی باشد ، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد،P را در یک خط موازی L قطع می کند.	۱/۵
۱۷	از نقطهٔ A خارج صفحهٔ P ، خطی موازی P رسم کنید . (مراحل رسم را توضیح دهید)	۱
۱۸	فرض کنید A ، B و C سه نقطه از صفحهٔ P باشند که بر یک خط قرار ندارند و AB = AC . اگرK نقطه ای خارج از صفحهٔ P باشد که KB = KC و خط KA بر خط AB عمود باشد ، ثابت کنید خط KA برصفحهٔ P عمود است .  	۱
	موفق باشید جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	**تاریخ امتحان : ۱۶ /۳/ ۱۳۹۴**
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۴**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) هر گاه چند خط فقط در یک نقطه همدیگر را قطع کنند ، همرس نامیده می شوند . (۰/۲۵) ص۴ ب) اگر همهٔ رأسهای یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند ، آن چند ضلعی محاطی نامیده می شود .(۰/۲۵) ص۵۸ ج) صفحه ای را که در وسط یک پاره خط ، بر آن عمود باشد ، صفحه عمود منصف آن پاره خط، می نامیم .(۰/۲۵) ص۱۵۴	۰/۷۵
۲	فرض: $AC > AB$ و حکم : $\hat{B} > \hat{C}$ برهان : چون طبق فرض AC>AB ، بنابراین پاره خط AM را به اندازهٔ AB روی AC جدا می کنیم وازنقطهٔ M به B وصل می کنیم. (۰/۲۵) چون AB=AM پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) ازطرفی چون زاویهٔ M_1 یک زاویهٔ خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از زاویه های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود . بنا براین $\hat{M}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۲) باتوجه به دو رابطهٔ (۱)و(۲)⇐ $\hat{B}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۳) ازطرفی نقطهٔ M بین دو نقطهٔ C وA واقع است ، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویهٔ B است و در نتیجه زاویهٔ B_1 جزیی از زاویهٔ B است ، یعنی $\hat{B} > \hat{B}_1$ (۰/۲۵) (۴) از مقایسهٔ (۳) و (۴) نتیجه می شود : $\hat{B} > \hat{C}$ (۰/۲۵) ص۱۹  	۱/۵
۳	فرض می کنیم در مثلث متساوی الساقین ABC ، AB = AC = a و CH ارتفاع وارد برAB باشد ، رأسA را به P وصل کرده عمود های PK وPK' را بر دو ساق مثلث رسم می کنیم (۰/۲۵) بنابر این : $S\overset{\Delta}{ABC} = S\overset{\Delta}{ABP} - S\overset{\Delta}{ACP}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{1}{2}CH \times AB = \frac{1}{2}PK \times AB - \frac{1}{2}PK' \times AC$ (۰/۲۵) $\frac{1}{2}CH \times a = \frac{1}{2}a(PK - PK') \Rightarrow CH = PK - PK'$ (۰/۲۵) ص۲۲  	۱
۴	در مثلث متساوی الاضلاع ABC ، AB=AC است. بنابر این در دو مثلث ABD و ADC : (۰/۲۵) داریم: $B\hat{A}D < D\hat{A}C$ (۰/۲۵)عکس قضیه لولا ⇐ (۰/۲۵)ضلع مشترک $\begin{cases} AB = AC \\ AD \\ BD < DC \end{cases}$ ص۲۹  	۰/۷۵
	«ادامه در صفحهٔ دوم»	

باسمه تعالی

رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**
تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/ ۳/ ۱۶	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۴**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۵ — (نمره: ۱/۵)

از رأس های A , B و C به ترتیب خطهایی موازی ضلعهای BC , AC و AB از مثلث ABC رسم می کنیم تا مثلث MNP حاصل شود .

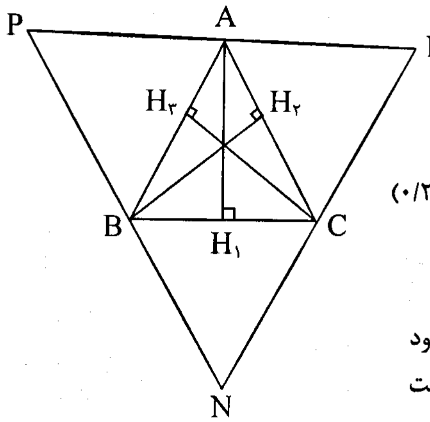
چهار ضلعی AMCB متوازی الاضلاع است . در نتیجه AM=BC (۱) (۰/۲۵) واز طرف دیگر **چهار ضلعی** ACBP **نیز متوازی الاضلاع** است در نتیجه AP=BC (۲) از رابطه های (۱)و(۲) **نتیجه میشود** PA=AM(۰/۲۵)

یعنی AH_1 ازوسط PM میگذرد واز طرف دیگر چون $AH_1 \perp BC$ و BC || PM پس $AH_1 \perp PM$ (۰/۲۵)،

درنتیجه AH_1 عمود منصف ضلع PM می با شد.(۰/۲۵)با همین روش ثابت میشود BH_2 عمود منصف ضلع PN وCH_3 عمود منصف ضلع MN از مثلث MNP است

ومی دانیم که سه عمود منصف اضلاع هر مثلث همرسند.(۰/۲۵)

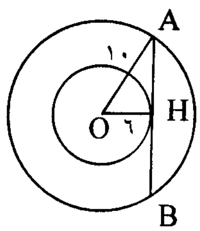
در نتیجه ارتفاع های AH_1 وBH_2 وCH_3 همرسند . ص۳۷



رسم شکل (۰/۲۵)

۶ — (نمره: ۱)

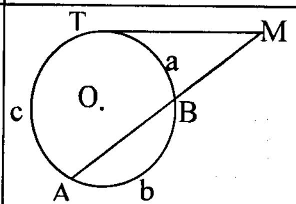
AB وتری از دایرهٔ بزرگتر بر دایرهٔ کوچکترمماس است . بنابراین شعاع OH برAB عمود است. (۰/۲۵)
در نتیجه AH=HB(۰/۲۵) پس



$$AH^2 = OA^2 - OH^2 \to AH^2 = 10^2 - 6^2 \ (0/25)$$
$$\to AH^2 = 64 \to AH = 8 \to AB = 16 \ (0/25)$$

ص۵۶

۷ — (نمره: ۱)



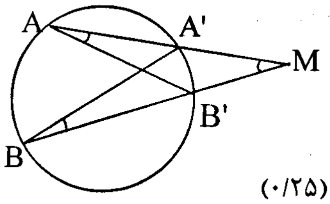
$$\begin{cases} b = 4a \\ c = 5a \\ a+b+c = 360 \ (0/25) \end{cases} \Rightarrow 10a = 360 \Rightarrow a = 36 \ (0/25), c = 180 \ (0/25)$$

$$M = \frac{c-a}{2} = \frac{144}{2} = 72 \ (0/25)$$

ص ۷۳

۸ — (نمره: ۱/۲۵)

ابتدا A را به 'B وB رابه 'A وصل می کنیم . دو مثلث 'AMB و'A'MB متشابه اند،(۰/۲۵) زیرا :



$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \dfrac{\overset{\frown}{A'B'}}{2} \ \text{زاویهٔ محاطی} \\ \hat{M} \ \text{مشترک} \end{cases} (0/5) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} (0/25) \Rightarrow$$

MA × MA' = MB × MB'

رسم شکل (۰/۲۵)

ص ۷۶

«ادامه در صفحهٔ سوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/ ۳/ ۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۴**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

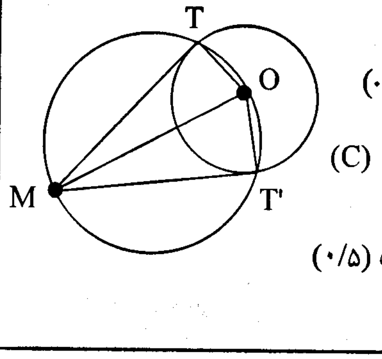
۹ — نمره: ۱/۲۵

نقطهٔ M را به O مرکز دایرهٔ (C) وصل کرده ، دایرهٔ به قطر OM را رسم می کنیم.

تادایرهٔ(C) را درنقاط T و 'T قطع کند . زاویه های $O\hat{T}M = O\hat{T'}M = ۹۰^\circ$ (۰/۲۵)

زیرا زاویه های محاطی و روبه رو به قطر هستند(۰/۲۵) پس در نتیجه

MT در نقطهٔ T و 'MT در نقطهٔ 'T بر دایرهٔ (C) مماسند . (۰/۲۵)



رسم شکل (۰/۵)

ص۷۹

۱۰ — نمره: ۱

الف) به قطر AB (۰/۲۵) ص۶۴ ب) یک به یک (۰/۲۵) ص۸۵ ج) چهار(۰/۲۵)ص ۱۳۱ د) فصل مشترک (۰/۲۵)ص۱۳۲

۱۱ — نمره: ۱

نقطهٔ (۱- , ۳-) A تحت بازتاب نسبت به خط L روی (۵ , ۳) B تصویر شده است ، بنا بر این :

$$M=(۰,۲)\ (۰/۲۵)\ \text{وسط AB}\ ,\ m_{AB}=\frac{۵-(-۱)}{۳-(-۳)}=۱\ (۰/۲۵) \Rightarrow m_L=-۱\ (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow L: y-۲=-x\ (۰/۲۵)$$

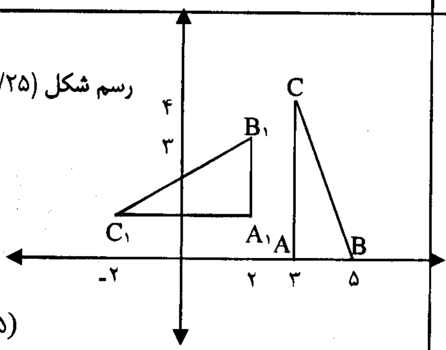
ص ۱۰۳

۱۲ — نمره: ۲

$$D(x,y)=(-y+۲\,,\,x-۲)$$

الف)
$$\begin{cases} A(۳,۰)\xrightarrow{D}A_۱(۲,۱) \\ B(۵,۰)\xrightarrow{D}B_۱(۲,۳)\ (۰/۵) \\ C(۳,۴)\xrightarrow{D}C_۱(-۲,۱) \end{cases}$$

رسم شکل (۰/۲۵)



ب)
$$\begin{cases} A\xrightarrow{R}A'(۰,۳) \\ B\xrightarrow{R}B'(۰,۵)\ (۰/۵) \\ C\xrightarrow{R}C'(-۴,۳) \end{cases} ,\ \begin{cases} A'\xrightarrow{T}(۲,۱)=A_۱ \\ B'\xrightarrow{T}(۲,۳)=B_۱\ (۰/۵) \\ C'\xrightarrow{T}(-۲,۱)=C_۱ \end{cases}$$

نتیجهٔ ترکیب دوران R وانتقال T با تبدیل D یکسان است . (۰/۲۵) ص۱۱۰

۱۳ — نمره: ۰/۷۵

$$(۴\to ۲\quad ,۲\to ۱)\Rightarrow k=\frac{۱}{۲}\quad (۰/۲۵)$$

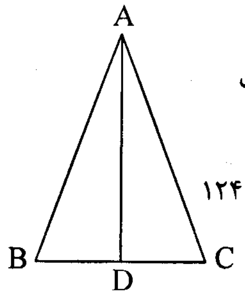
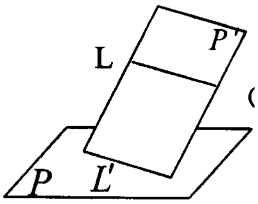
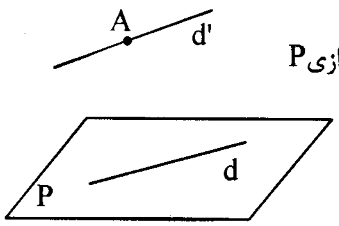
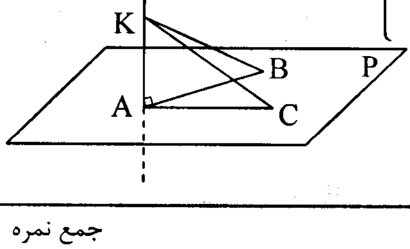
$$D(x,y)=(\frac{۱}{۲}x,\frac{۱}{۲}y)\quad (۰/۲۵)$$

نوع آن انقباض است (۰/۲۵) ص ۱۱۹

«ادامه در صفحهٔ چهارم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۴**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	در مثلث ABC ، AB=AC ونیمساز زاویهٔ A ، ضلع BC را در D قطع می کند . تحت بازتاب نسبت به خط AD(۰/۲۵) ، خطی که شامل پاره خط AB است ، روی خطی که شامل پاره خط ACاست تصویر می شود . (۰/۲۵)چون AB=AC پس $B \to C$.(۰/۲۵) بنا بر این $\hat{B}=\hat{C}$(۰/۲۵) یعنی زاویه های مقابل به ضلعهای مساوی در مثلث متساوی الساقین برابرند . ص۱۲۴ 	۱
۱۵	الف)درست (۰/۲۵)ص۱۵۳ ب) نادرست (۰/۲۵) ص۱۵۴ ج) درست (۰/۲۵) ص۱۵۵	۰/۷۵
۱۶	برای اثبات این قضیه ، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضارا در نظر می گیریم. الف)خط L در صفحهٔ P قرار ندارد . فرض کنیم ′P صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط ′L قطع می کند . (۰/۲۵) L و هر′L دو در صفحهٔ ′P هستند ویکدیگر را قطع نمی کنند . (۰/۲۵) زیرا از متقاطع بودن L و′L نتیجه می شود که خط L صفحه ی P را قطع می کند ،که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس باهم موازیند . (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵)  ب)خط L در صفحهٔ P قرار دارد . پس در این حالت هر صفحهٔ ′P متمایز از P که از L می گذرد ، صفحهٔ P را در همان خط L قطع می کند . (۰/۲۵)و درستی قضیه روشن است. ص۱۳۹	۱/۵
۱۷	خط دلخواه d را در صفحهٔ P رسم می کنیم . از نقطهٔ A خط ′d را موازی d رسم می کنیم .(۰/۲۵) d با یک خط از P موازی است پس بنا به قضیهٔ شرط توازی d موازیP می باشد. پس جواب مسأله است. (۰/۲۵) ص۱۴۱ رسم شکل (۰/۵) 	۱
۱۸	$\begin{cases} AB = AC \\ KB = KC \\ KA \quad \text{ضلع مشترک} \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{KAB} \cong \overset{\Delta}{KAC}\ (\text{۰/۵}) \Rightarrow K\hat{A}B = K\hat{A}C = \text{۹۰}^\circ\ (\text{۰/۲۵})$  بنابراین KA عمود بر دو خط غیر موازی AB و AC در صفحهٔ P می باشد پس بنا بر قضیهٔ اساسی تعامد KA بر صفحهٔ P عمود است .(۰/۲۵) ص۱۵۴	۱
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست ومنطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.