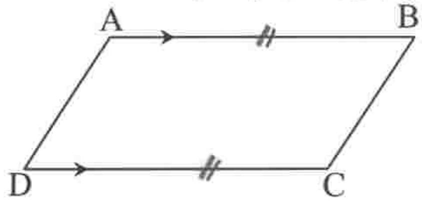
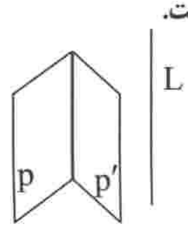
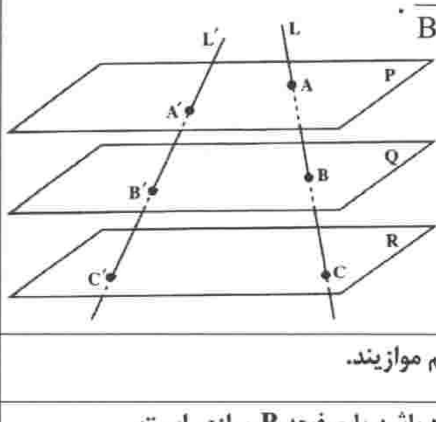
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان :	۱۳۸۹ / ۳ / ۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۹**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	**برای رد حدسهای کلی زیر مثال نقض ارائه دهید:** **الف) اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند،آنگاه هر دو زاویه قائمه هستند.** **ب) اگر دو مثلث هم مساحت باشند،آنگاه هم نهشت هستند.**	۰/۵
۲	**با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر از یک نقطه ی اختیاری روی قاعده ی یک مثلث متساوی الساقین دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آنها را قطع کنند،آنگاه مجموع طول پاره خطهای ایجاد شده برابر طول ساق مثلث است.**	۱
۳	**قضیه : ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.**	۱/۲۵
٤	**ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه داخل مثلث از سه رأس،از نصف مجموع سه ضلع مثلث بزرگتر است.**	۱/۲۵
۵	**از مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اندازه های AC=b ، AB=c و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است مثلث را رسم کنید.(روش رسم را توضیح دهید.)**	۱
٦	**قضیه : ثابت کنید در یک دایره از دو وتر نابرابر،آن که بزرگتر است،به مرکز دایره نزدیکتر است و بعکس.**	۱/۵
۷	**شعاعهای دو دایره هم مرکز ۵ و ۳ سانتیمتر هستند، اندازه ی وتری از دایره ی بزرگتر که بر دایره ی کوچکتر مماس است را محاسبه کنید.**	۱
۸	**کمان درخور زاویه ی $\alpha = ۶۰^\circ$ روبرو به پاره خط AB (به طول a) بخشی از دایره ای است با شعاع $R = ۲\sqrt{۳}$، مقدار a و فاصله مرکز دایره از وتر AB را بیابید.**	۱/۲۵
۹	**قضیه :ثابت کنید اندازه ی زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره پدید می آید ،برابر قدر مطلق نصف تفاضل اندازه ی کمانهایی از آن دایره است که به ضلعهای آن زاویه محدودند.**	۱
۱۰	**تبدیل تجانس به مرکز O و به نسبت k را تعریف کرده ویک مورد از ویژگیهای آن را بنویسید.**	۰/۷۵
۱۱	**نقاط $A(۵\,,\,۳)$ و $B(۳\,,\,-۱)$ و $C(۵\,,\,-۱)$ رأسهای یک مثلث هستند.** **الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل $T(x,y) = (-y,x)$ رسم کنید.** **ب) نوع تبدیل را مشخص کنید و با توجه به آن تعیین کنید آیا این تبدیل ایزومتری است یا خیر؟**	۱/۷۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان :	۱۳۸۹ / ۳ / ۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۹**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	**تحت یک بازتاب، تصویر خط $L: x+y-3=0$ خط $L': x+y+3=0$ است، معادله ی محور تقارن را تعیین کنید.**	۱
۱۳	**در چهار ضلعی ABCD اگر $AB \parallel DC$ و $AB = DC$ ، با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید:** $AD \parallel BC$ و $AD = BC$. 	۱/۵
۱۴	**ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه متقاطع ، موازی باشد،آنگاه با فصل مشترک آنها موازی است.** 	۱
۱۵	**جاهای خالی را بطور مناسب کامل کنید.** **الف) یک چندضلعی که همه ی رأسهای آن روی یک دایره باشند را .... گویند.** **ب) کوتاهترین پاره خط متکی بر دو خط متنافر ، .... آن دو خط متنافر می باشد.**	۰/۵
۱۶	**قضیه (تالس در فضا): اگر P و Q و R سه صفحه ی موازی باشند و دو خط L و L' این دو صفحه را به ترتیب در نقاط A و B و C و A' و B' و C' قطع کنند،آنگاه:** $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{A'B'}{B'C'}$. 	۱/۷۵
۱۷	**ثابت کنید اگر دو صفحه با صفحه ی سومی موازی باشند،خودشان با هم موازیند.**	۱
۱۸	**اگرخط L بر صفحه P عمود باشد، ثابت کنید هر خط که بر خط L عمود باشد با صفحه P موازی است.**	۱
	«موفق باشید» جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**

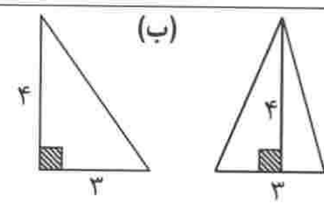
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱ (نمره: ۰/۵)

(الف)

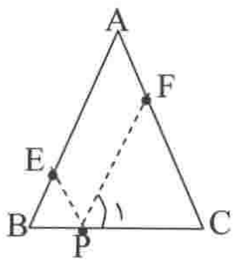
(۰/۲۵)

(ب)



(۰/۲۵)

۲ (نمره: ۱)



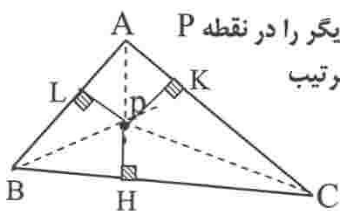
نقطه دلخواه P را روی قاعده BC از مثلث متساوی الساقین $\overset{\Delta}{ABC}$ در نظر می گیریم.

$$\begin{matrix} PE \parallel AC \\ \text{مورب}\ BC \end{matrix} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \hat{P}_{۱} = B$$

و چون $\hat{B} = \hat{C}$ لذا $\hat{P}_{۱} = \hat{C}$ (۰/۲۵) یعنی مثلث $\overset{\Delta}{PFC}$ متساوی الساقین است پس $PF = FC$ از طرفی چهارضلعی $AEPF$ متوازی الاضلاع است. (۰/۲۵) پس $PE = AF$ پس داریم

$$\underset{(۰/۲۵)}{PE + PF = AF + FC = AC}$$

۳ (نمره: ۱/۲۵)



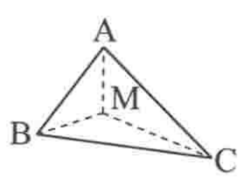
در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ نیمسازهای داخلی زاویه‌های $\hat{B}$, $\hat{C}$ را رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه P قطع کنند. از P بر ضلع های AB ، AC و BC عمود می کنیم(۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط L ، K و H قطع نمایند.

$$\left.\begin{matrix} \text{است}\ \hat{B}\ \text{روی نیمساز}\ P \xrightarrow{(۰/۲۵)} PH = PL \\ \text{است}\ \hat{C}\ \text{روی نیمساز}\ P \xrightarrow{(۰/۲۵)} PH = PK \end{matrix}\right\} \Rightarrow PL = Pk\ (۰/۲۵)$$

بنابراین P روی نیمساز $\hat{A}$ نیز قرار دارد (۰/۲۵) یعنی P نقطه همرسی هر سه نیمساز است.

۴ (نمره: ۱/۲۵)

فرض کنیم M نقطه دلخواه درون مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ باشد. با توجه به قضیه نامساوی مثلث داریم:



$\overset{\Delta}{MAB} : MA + MB > AB$ (۰/۲۵)

$\overset{\Delta}{MAC} : MA + MC > AC$ (۰/۲۵)

$\overset{\Delta}{MBC} : MB + MC > BC$ (۰/۲۵)

از جمع سه نامساوی بالا داریم:

$$\underset{(۰/۲۵)}{۲MA + ۲MB + ۲MC > AB + AC + BC} \longrightarrow \underset{(۰/۲۵)}{MA + MB + MC > \frac{AB + AC + BC}{۲}}$$

«ادامه در صفحه‌ی دوم»

باسمه تعالی

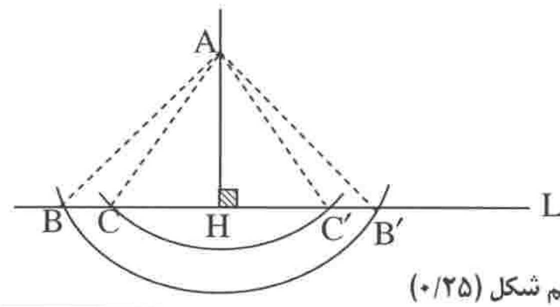
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

ردیف ۵ — نمره ۱

روش رسم : خط L را رسم می کنیم. روی نقطه دلخواه H از خط L عمود $AH = h_a$ را رسم می کنیم.
(۰/۲۵) به مرکز A و به شعاع $AB = c$ دایره‌ای رسم می کنیم تا خط L را در نقاط B و B' قطع کند. (۰/۲۵)
سپس به مرکز A و به شعاع $AC = b$ دایره دیگری رسم می کنیم تا خط L را در نقاط C و C' قطع کند.
(۰/۲۵)
مثلث ABC مثلث مطلوب است

تذکر : (در صورتی که یکی از مثلث‌های $\overset{\Delta}{ABC}$ ، $\overset{\Delta}{AB'C}$ ، $\overset{\Delta}{ABC'}$ یا $\overset{\Delta}{AB'C'}$ به عنوان جواب بیان شود کافیست)



رسم شکل (۰/۲۵)

ردیف ۶ — نمره ۱/۵

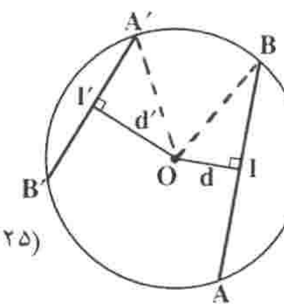
دایره $C(O\ ,\ R)$ و دو وتر نابرابر $AB = l$ و $A'B' = l'$ را در نظر می گیریم: بنابراین

$(۰/۲۵)\quad l > l' \Leftrightarrow l^۲ > l'^۲ \quad (۰/۲۵)$

$\Leftrightarrow R^۲ - \frac{l^۲}{۴} < R'^۲ - \frac{l'^۲}{۴} \quad (۰/۲۵)$

$\Leftrightarrow d^۲ < d'^۲ \quad (۰/۲۵)$

$\Leftrightarrow d < d' \ (۰/۲۵)$



(۰/۲۵) رسم شکل

(تذکر: در صورتی که قضیه به صورت یک طرفه اثبات شود فقط (۰/۲۵) کسر شود)

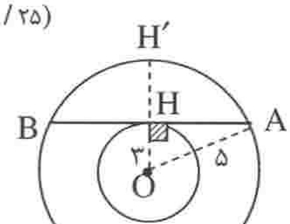
ردیف ۷ — نمره ۱

AB وتری از دایره بزرگتر بر دایره کوچکتر مماس است. بنابراین شعاع OH بر AB عمود است و بنابراین $AH = HB$ (۰/۲۵) . پس:

$$AH^۲ = OA^۲ - OH^۲ \longrightarrow AH^۲ = ۵^۲ - ۳^۲ \longrightarrow AH^۲ = ۱۶ \longrightarrow AH = ۴$$

(۰/۲۵)

$\longrightarrow AB = ۸ \quad (۰/۲۵)$



رسم شکل (۰/۲۵)

«ادامه در صفحه‌ی سوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۸ — نمره: ۱/۲۵

$AB = a \qquad \alpha = ۶۰^\circ$

$$R = \frac{a}{۲\operatorname{Sin}\alpha}\ (۰/۲۵) \Rightarrow ۲\sqrt{۳} = \frac{a}{۲\operatorname{Sin}۶۰^\circ}\ (۰/۲۵) \Rightarrow ۲\sqrt{۳} = \frac{a}{۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲})} \Rightarrow a = ۶ \quad (۰/۲۵)$$

$$OH = \frac{a}{۲|\tan\alpha|}\ (۰/۲۵) \Rightarrow OH = \frac{۶}{۲\tan ۶۰^\circ} \Rightarrow OH = \frac{۶}{۲\sqrt{۳}}\ (۰/۲۵) \Rightarrow OH = \sqrt{۳}$$

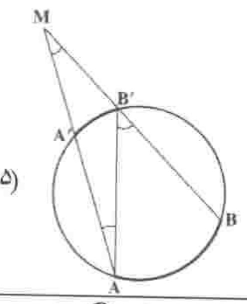
۹ — نمره: ۱

امتداد وترهای AA' و BB' از دایره C در نقطه M یکدیگر را قطع کرده اند. پاره خط AB' را رسم می‌کنیم.

$A\hat{B'}B = B'\hat{A}M + A\hat{M}B' \quad (۰/۲۵)$ (زاویه خارجی مثلث $\overset{\Delta}{AMB'}$)

$$\Rightarrow A\hat{M}B' = A\hat{B'}B - B'\hat{A}M = \frac{\widehat{AB}}{۲} - \frac{\widehat{A'B'}}{۲} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{A'B'}}{۲}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)



رسم شکل (۰/۲۵)

$$\Rightarrow A\widehat{M}B = A\widehat{M}B' = \frac{\widehat{AB} - \widehat{AB'}}{۲}$$

۱۰ — نمره: ۰/۷۵

تجانس به مرکز O و نسبت K تبدیلی است که هر نقطه A در صفحه را به نقطه ای مانند A' از آن صفحه نظیر می کند بطوری که :

الف) مرکز تجانس یعنی نقطه O ثابت باشد. (۰/۲۵)

ب) A' روی نیم خط OA قرار گیرد و $OA' = K.OA$ (۰/۲۵)

یک مورد از ویژگی‌های زیر بیان شود. (۰/۲۵)

۱- تجانس شیب خط را حفظ می کند.

۲- تحت تجانس، مرکز تجانس ثابت می ماند.

۳- تجانس طول یا مساحت را حفظ نمی کند (مگر در حالتی که $K = ۱$)

۴- تجانس طول را با ضریب K و مساحت را با ضریب $K^۲$ تغییر می دهد.

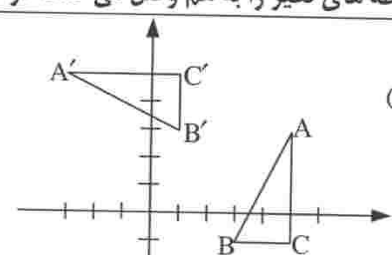
۵- خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، در مرکز تجانس همرسند.

۱۱ — نمره: ۱/۷۵

$A' = T(۵\ ,\ ۳) = (-۳\ ,\ ۵) \quad (۰/۲۵)$

$B' = T(۳\ ,\ -۱) = (۱\ ,\ ۳) \quad (۰/۲۵)$

$C' = T(۵\ ,\ -۱) = (۱\ ,\ ۵) \quad (۰/۲۵)$



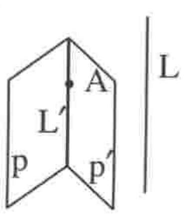
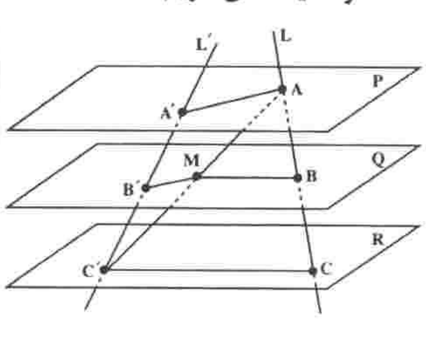
رسم شکل (۰/۵)

این تبدیل یک دوران است. (۰/۲۵) بنابراین ایزومتری است. (۰/۲۵)

«ادامه در صفحه چهارم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳/ ۳/ ۱۳۸۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	نقطه های $A(0\,,\,3)$ و $B(0\,,\,-3)$ به ترتیب دو نقطه دلخواه از L و L' هستند. (۰/۲۵) و محور تقارن از نقطه P وسط AB موازی L و L' می گذرد و چون دو خط موازیند پس شیب محور تقارن = شیب خط L = شیب خط L' = -1 (۰/۲۵) $P=(\frac{x_A+x_B}{2}\,,\,\frac{y_A+y_B}{2})=(0\,,\,0)$ (۰/۲۵) بنابراین : معادله محور تقارن : $y-y_P=(-1)(x-x_P)\Rightarrow y-0=(-1)(x-0)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y=-x$	۱
۱۳	بردار $\overrightarrow{AB}$ را به عنوان بردار انتقال در نظر می گیریم. (۰/۲۵) چون AB و DC موازی و مساویند. بنابراین تحت این انتقال : $A\xrightarrow[(0/25)]{}B$ و $D\xrightarrow[(0/25)]{}C$ یعنی پاره خط AD بر پاره خط BC تصویر می شود(۰/۲۵). و چون انتقال ایزومتری و شیب خط را حفظ می کند (۰/۲۵) پس : $AD \parallel BC\ ,\ AD=BC$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۴	فرض کنیم خط L موازی دو صفحه متقاطع P و P' باشد. از یک نقطه فصل مشترک مانند A خط L' را موازی خط L رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه P موازی است. خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۲۵) با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵) پس خط L' همان فصل مشترک دو صفحه P و p' است که با خط L موازی است. (۰/۲۵)	۱
۱۵	الف) چند ضلعی محاطی (۰/۲۵) ب) عمود مشترک (۰/۲۵)	(۰/۵)
۱۶	طبق شکل خط AC' را رسم می کنیم. این خط صفحه Q را در نقطه ای مانند M قطع می کند. صفحه گذرنده از دو خط متقاطع AC' و AC را P_1 و صفحه گذرنده از دو خط متقاطع AC' و $A'C'$ را P_2 می نامیم. (۰/۲۵) دو خط CC' و BM در صفحه P_1 موازیند. (۰/۲۵) در صفحه P_1 با استفاده از قضیه تالس داریم: $\frac{AB}{BC}=\frac{AM}{MC'}$ (۰/۲۵) هم چنین دو خط AA' و MB' در صفحه P_2 موازیند. (۰/۲۵) ودرصفحه P_2 با استفاده از قضیه تالس داریم $\frac{A'B'}{B'C'}=\frac{AM}{MC'}$ (۰/۲۵) از این دو تناسب نتیجه می شود: $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$ (۰/۲۵) تکمیل شکل (۰/۲۵)	۱/۷۵

«ادامه در صفحه پنجم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۷	فرض کنیم دو صفحه P و Q با صفحه R موازی باشند. فرض خلف : اگر P با Q موازی نباشد (۰/۲۵) ، آنگاه P یکی از دو صفحه موازی (Q و R) را قطع کرده است. پس باید دیگری را نیز قطع کند. بنابراین P صفحه R را قطع می کند. (۰/۵) و این با فرض مسئله در تناقض است. (۰/۲۵)	۱
۱۸	خط L عمود بر صفحه P و L' عمود بر L را در نظر می گیریم. صفحه شامل دو خط L و L' را Q می نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک P , Q را L'' می نامیم . (۰/۲۵) بنابراین : $\begin{matrix} L \perp L' \\ L \perp L'' \end{matrix} \Rightarrow L' \parallel L''$ (۰/۲۵) یعنی L' با یکی از خطوط صفحه P موازی است پس L' با P موازی است. (۰/۲۵)	۱
	جمع نمره	۲۰

همکاران محترم :

لطفاً برای راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی، نمره به تناسب منظور گردد.