

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	نمره	سوالات
۱	۱/۵	واژه‌های زیر را تعریف کنید: الف) شکل خود-متشابه ب) ایزومنتری ج) زاویه‌ی ظلی
۲	۱/۲۵	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچکتر.
۳	۰/۷۵	سه پاره خط با طول‌های $x+7$ , $6x$ و $(x-4)$ داده شده‌اند. اگر مجموع این طول‌ها $36$ باشد، آیا این پاره خط‌ها می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند؟ تو ضیح دهید.
۴	۱	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث همسنند.
۵	۱/۵	در هر یک از موارد زیر مکان هندسی نقطه‌ای از صفحه را به دست آورده و شکل مربوط به آن را رسم کنید. الف) مکان هندسی مرکز دایره‌ای که در خارج یک دایره‌ی داده شده واقع است و روی محیط آن می‌غلتد. ب) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که در یک نقطه‌ی مشخص بر یک خط داده شده مماس باشد.
۶	۱	شعاع‌های دو دایره‌ی هم مرکز $6$ و $10$ سانتی متر هستند. اندازه‌ی وتری از دایره‌ی بزرگتر را که بر دایره‌ی کوچکتر مماس است پیدا کنید. 
۷	۱/۷۵	قضیه: ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی، زاویه‌های رو به رو به رو مکمل یکدیگرند و به عکس.
۸	۱/۷۵	در هر یک از شکل‌های زیر $x$ و $y$ را بیا بید. 
۹	۱/۷۵	نقاط $C(6, 3)$ , $B(5, 5)$ , $A(1, 3)$ و $M(3, 6)$ یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش تحت تبدیل $D(x, y) = (2x, 2y)$ را رسم کنید. ب) طول ضلع $AB$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. پ) خط‌هایی که نقطه‌های نظری را به هم وصل می‌کنند، نسبت به هم چه وضعی دارند؟
۱۰	۱/۲۵	خط به معادله $y + 6 = -3x$ و تصویرش تحت دوران $R(x, y) = (-x, -y)$ را رسم کرده سپس معادلهٔ خط تصویر را به دست آورید.
۱۱	۱/۵	در چهار ضلعی $ABCD$ ، $AB=DC$ و $AB \parallel DC$ ، اگر $AD=BC$ و $AD \parallel BC$ با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید: $ABCD$ چهارضلعی است.

«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»

با سمه تعالی

مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	سوالات	نمره
۱۲	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگرچند صفحه در فضا روی دو پاره خط، پاره خط های متناظر متناسب ایجاد کرده باشند، لزوماً آن صفحه ها موازی نیستند. ب) اگر $L$ و $L'$ دو خط متنافر باشند، هیچ صفحه ای شامل $L$ وجود ندارد که با $L'$ موازی باشد. پ) دو صفحه ای عمود بر یک خط، بر هم عمودند. ت) اگر خط $L$ با یکی از خط های صفحه ای $P$ موازی باشد، آنگاه، خط $L$ با صفحه ای $P$ موازی است.	۱
۱۳	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه ای متقاطع، موازی باشد، آنگاه با فصل مشترک آن ها موازی است.	۱/۲۵
۱۴	برای رد حدس های کلی زیر با استفاده از رسم شکل و توضیح آن یک مثال نقض ارائه کنید. الف) در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند لزوماً دیگری را نیز قطع می کند. ب) اگر دو خط در دو صفحه ای موازی قرار داشته باشند لزوماً این دو خط موازی هستند.	۱/۵
۱۵	ثابت کنید اگر خطی بر یکی از دو صفحه ای موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است.	۱/۲۵
	جمع نمره «موفق باشید»	۲۰

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا

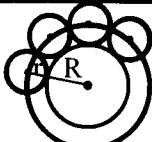
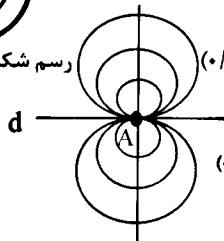
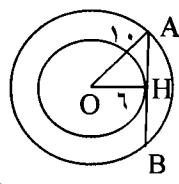
با سمه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>(الف) اگر قسمتی از یک شکل با کل شکل متشابه باشد، آن شکل خود-متشابه نامیده می‌شود. (۰/۵)</p> <p>ب) تبدیلی که فاصله‌ی بین نقطه‌ها را حفظ کند، ایزومنتری نامیده می‌شود. (۰/۵)</p> <p>پ) زاویه‌ای که رأسش روی دایره است، یک ضلعش دایره را قطع می‌کند و ضلع دیگر را بر دایره مماس است، زاویه‌ی ظلی نامیده می‌شود. (۰/۵)</p>	۱/۵
۲	<p>فرض: <math>AC &gt; AB</math> و حکم: <math>\hat{B} &gt; \hat{C}</math></p> <p>برهان: چون طبق فرض <math>AC &gt; AB</math> بنابراین پاره خط <math>AM</math> را به اندازه‌ی <math>AB</math> روی <math>AC</math> جدا می‌کنیم (۰/۲۵)</p> <p>وازن نقطه‌ی <math>M</math> به <math>B</math> وصل می‌کنیم. چون <math>AB = AM</math> پس مثلث <math>ABM</math> متساوی الساقین است، در نتیجه:</p> <p>(۱) از طرفی چون زاویه‌ی <math>M_1</math> یک زاویه‌ی خارجی مثلث <math>MBC</math> است در نتیجه از هر یک از زاویه‌های داخلی غیر مجاورش بزرگ‌تر خواهد بود. بنابراین <math>\hat{M}_1 &gt; \hat{C}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(۲) با توجه به دو رابطه‌ی (۱) و (۲) <math>\hat{B}_1 &gt; \hat{C} \Leftarrow (۱) \text{ و } (۲)</math> (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی نقطه‌ی <math>M</math> بین دو نقطه‌ی <math>C</math> و <math>A</math> واقع است، بنابراین <math>BM</math> نیم خطی داخل زاویه‌ی <math>B</math> است و در نتیجه زاویه‌ی <math>B_1</math> جزیی از زاویه‌ی <math>B</math> است.</p> <p>(۳) با توجه به دو رابطه‌ی (۳) و (۴) نتیجه می‌شود: <math>\hat{B} &gt; \hat{C}</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۳	<p>با توجه به قضیه‌ی وجود مثلث</p> $\left. \begin{array}{l} 6x = 18 \\ 6x + (x + 7) + 4(x - 1) = 36 \Rightarrow x = 3 \\ 4(x - 1) = 8 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 10 + 8 > 18 \\ 18 + 8 > 10 \\ 18 + 10 > 8 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} (غ) \\ (ص) \\ (ص) \end{array}$ <p>بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۴	<p>در مثلث <math>ABC</math> نیمسازهای زاویه‌های <math>B</math> و <math>C</math> را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در <math>M</math> قطع کنند. از <math>M</math> بر ضلع‌های <math>AB</math>، <math>AC</math> و <math>BC</math> عمودمی‌کنیم (۰/۲۵)</p> <p>تا به ترتیب آنها را در نقاط <math>K</math>، <math>L</math> و <math>H</math> قطع نمایند.</p> <p>بنابراین نقطه‌ی <math>M</math> روی نیمساز <math>\hat{A}</math> نیز قرار دارد. (۰/۰) یعنی <math>M</math> نقطه‌ی همرسی هر سه نیمساز است.</p>	۱
	«ادامه‌ی راهنمای در صفحه‌ی دوم»	

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۹ صبح
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۶ / ۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	<p>(الف) با توجه به شکل مکان هندسی مورد نظر دایره ای به مرکز <math>O</math> و به شعاع <math>R+r</math> است. (۰/۲۵)</p>  <p>رسم شکل (الف) (۰/۵)</p> <p>(ب) با توجه به شکل مکان هندسی مورد نظر خط عمود بر <math>d</math> در نقطه <math>A</math> است. (۰/۲۵)</p>  <p>رسم شکل (ب) (۰/۵)</p>	۵
۱	<p>وتری از دایره <math>i</math> بزرگتر بر دایره <math>j</math> کوچکتر مماس است. بنابراین شعاع <math>OH</math> بر <math>AB</math> عمود است. بنابراین</p>  $AH^2 = OA^2 - OH^2 \rightarrow AH^2 = 10^2 - 6^2 \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow AH^2 = 64 \rightarrow AH = 8 \xrightarrow{(۰/۲۵)} AB = 16 \quad (۰/۲۵)$	۶
۱/۷۵	<p>با توجه به قضیه زاویه محاطی داریم:</p> $\widehat{B} + \widehat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \xrightarrow{(۰/۲۵)} = \frac{36^\circ}{2} = 180^\circ \quad (۰/۲۵)$ <p>به روش مشابه ثابت می شود <math>\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ</math> (۰/۲۵)</p> <p>عكس قضیه: فرض کنیم در چهار ضلعی <math>ABCD</math> هردو زاویه های رو به رو ممکن یکدیگر باشند.</p> <p>یعنی <math>(\widehat{A}) = (\widehat{C})</math> و <math>(\widehat{B}) = (\widehat{D})</math> بر سه نقطه <math>A</math>, <math>B</math> و <math>C</math> یک دایره می گذرد، (۰/۲۵) ثابت می کنیم که این دایره از نقطه <math>D</math> نیز می گذرد.</p> <p>اثبات (برهان خلف): اگر این دایره از راس <math>D</math> نگذرد، نقطه <math>D</math> بروخورد خط <math>CD</math> با دایره را</p> <p>می نامیم (<math>D'</math>) و از <math>D'</math> به <math>A</math> وصل می کنیم. چون چهار ضلعی <math>ABCD'</math> محاطی است بنابراین:</p> <p><math>(\widehat{B} + \widehat{D}') = 180^\circ</math> از رابطه (۲) و (۳) نتیجه می شود که <math>(\widehat{D}) = (\widehat{D}')</math> (۴) چون زاویه <math>D</math> زاویه خارجی مثلث <math>ADD'</math> است، بنابراین: <math>(\widehat{D}) &gt; (\widehat{D}')</math> که رابطه <math>(\widehat{D}) &gt; (\widehat{D}')</math> با رابطه <math>(\widehat{A}) = (\widehat{C})</math> در تناقض است. (۰/۲۵) در نتیجه فرض ما که دایره از راس <math>D</math> نمی گذرد نادرست، و حکم قضیه برقرار است.</p>	۷
۱/۷۵	<p>(الف)</p> $\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 10^\circ \\ \frac{x-y}{2} = 20^\circ \end{cases} \xrightarrow{(۰/۵)} \begin{cases} x+y = 16^\circ \\ x-y = 4^\circ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10^\circ \\ y = 6^\circ \end{cases} \quad (۰/۵)$ <p>(ب)</p> $x(x+32) = 10 \times 32 \xrightarrow{(۰/۲۵)} x^2 + 32x - 320 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 8 & (\text{ق ق}) \\ x = -40 & (\text{غ ق ق}) \end{cases} \quad (۰/۲۵)$	۸
	«ادامهٔ راهنمای در صفحهٔ سوم»	

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸		سال سوم آموزش متوسطه
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	راهنمای تصحیح	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>الف) <math>D(x, y) = (2x, 2y)</math></p> $\left. \begin{array}{l} A(1, 3) \rightarrow A'(2, 6) \\ B(5, 5) \rightarrow B'(10, 10) \\ C(6, 3) \rightarrow C'(12, 6) \end{array} \right\} (0/5)$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>(ب) <math>AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}</math></p> $\left. \begin{array}{l} A'B' = \sqrt{(10-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \end{array} \right\} (0/25) \Rightarrow A'B' = 2AB \quad (0/25)$ <p>پ) این خط ها در مرکز تجانس هم‌رسند. (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۱۰	<p><math>L: 3x - y + 6 = 0</math></p> $R(x, y) = (-x, -y)$ $\left. \begin{array}{l} A(0, 6) \xrightarrow{R} A'(-6, -6) \\ B(-2, 0) \xrightarrow{R} B'(2, 0) \end{array} \right\} (0/25)$ $m_{AB} = \frac{0+6}{-2-0} = 3 \quad (0/25) \Rightarrow L': y - 0 = 3(x - 2) \quad (0/25) \Rightarrow y = 3x - 6$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>بردار <math>\vec{AB}</math> را به عنوان بردار انتقال در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵)</p> <p>موازی و مساوی‌ند بنا بر این تحت این انتقال <math>DC \rightarrow AB</math> و <math>AD \rightarrow BC</math> (۰/۲۵)</p> <p>يعني پاره خط <math>AD</math> بر پاره خط <math>BC</math> تصویر می‌شود (۰/۰) و چون انتقال ایزو متري است (۰/۰)</p> <p><math>AD = BC</math> و <math>AD \parallel BC</math> پس: (۰/۰)</p>	۱/۵
۱۲	<p>الف) درست (۰/۰)      ب) نادرست (۰/۰)      پ) نادرست (۰/۰)</p> <p>«ادامه‌ی راهنمای در صفحه‌ی چهارم»</p>	۱

با سمه تعالی

رشنی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۶ / ۱۸	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	<p>فرض می کنیم خط <math>L</math> موازی دو صفحه <math>P</math> و <math>P'</math> باشد. از یک نقطه <math>A</math> فصل مشترک مانند <math>A</math> خط <math>L'</math> را موازی <math>L</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط <math>L</math> با صفحه <math>P</math> موازی است، خط <math>L'</math> به تمامی در صفحه <math>P</math> قرار دارد. (۰/۰۵) با استدلالی مشابه خط <math>L'</math> به تمامی در صفحه <math>P'</math> قرار دارد. (۰/۰۲۵) پس <math>L'</math> همان فصل مشترک دو صفحه <math>P</math> و <math>P'</math> است که با خط <math>L</math> موازی است. (۰/۰۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۴	<p>(الف) در مکعب مستطیل رسم شده، خطوط <math>AB</math> و <math>EF</math> موازی هستند و خط <math>EH</math> را قطع کرده است ولی خط <math>AB</math> را قطع نکرده است. (۰/۰۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۰۵)</p> <p>(ب) در مکعب مستطیل بالا صفحه های <math>ABCD</math> و <math>EFGH</math> موازی هستند و خط <math>AB</math> در صفحه <math>ABCD</math> قرار دارد و خط <math>EH</math> در صفحه <math>EFGH</math> قرار دارد و <math>AB</math> و <math>EH</math> موازی نیست. (۰/۰۵)</p> <p>(در صورتی که دانش آموز دو شکل رسم کرده باشد برای هر کدام (۰/۰۲۵) منظور شود.)</p>	۱/۵
۱۵	<p>برهان: فرض می کنیم خط <math>d</math> بر صفحه <math>P</math> عمود باشد و <math>P \parallel Q</math>. دو خط متقطع <math>OX</math> و <math>OY</math> را در صفحه <math>P</math> در نظر می گیریم (۰/۰۲۵) و <math>O'X'</math> و <math>O'Y'</math> را موازی <math>OX</math> و <math>OY</math> در صفحه <math>Q</math> در نظر می کنیم (۰/۰۲۵)</p> $d \perp P \Rightarrow \begin{cases} d \perp OX \Rightarrow d \perp O'X' & (۰/۰۲۵) \\ d \perp OY \Rightarrow d \perp O'Y' & (۰/۰۲۵) \end{cases} \Rightarrow d \perp Q \quad (۰/۰۲۵)$	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا