

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$	۱/۵
۲	برای احکام نادرست زیر مثال نقض بیاورید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای هر عدد طبیعی $n$ آنگاه $2 + 3^n$ عددی اول است.	۱
۳	پنج نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مفروض اند، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\frac{1}{4}$ است.	۱
۴	اگر $a, b$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$	۱
۵	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $2 + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	۱
۶	مجموعه های $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x < 3\}$ و $B = \{x-1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 0\}$ مفروضند: الف) مجموعه های $A, B$ را با نوشتن عضوهای مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ را مشخص کنید.	۱/۲۵
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \cup B) - A = B - A$	۱
۸	رابطه ی $R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$ روی $R$ تعریف شده است، نمودار آن را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{Z}^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2}$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(2, -1)]$ را مشخص کنید.	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	از بین اعداد طبیعی کوچکتر از ۲۰ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم: الف) فضای نمونه را بنویسید. ب) پیشامد $A$ که در آن عدد انتخابی فرد باشد. پ) پیشامد $B$ که در آن عدد انتخابی مضرب ۳ باشد. ت) پیشامد $A \Delta B$ را مشخص کنید.	۲
۱۱	از یک سبد که شامل ۴ سیب سالم و ۶ سیب ناسالم است، ۳ سیب با هم به تصادف بیرون می آوریم، مطلوبست احتمال آنکه یکی سالم و بقیه ناسالم باشند.	۱/۵
۱۲	اگر $S = \{a, b, c\}$ فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی و $p(c) = \frac{1}{4}$ ، $p(a) = 2p(b)$ باشد. مقادیر $p(a)$ و $p(b)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	آزمونی شامل ۱۰ سؤال دو گزینه ای (درست - غلط) می باشد، دانش آموزی بطور تصادفی به همه سؤالات این آزمون پاسخ می دهد، احتمال آنکه دقیقاً به ۸ سؤال پاسخ صحیح داده باشد، چقدر است؟	۱
۱۴	دو عدد حقیقی به تصادف بین ۰ و ۲۰ انتخاب می کنیم، احتمال آنکه نسبت این دو عدد کمتر از یک باشد را محاسبه کنید.	۱/۷۵
۱۵	برای دو پیشامد $A$ و $B$ از فضای نمونه ی $S$ ثابت کنید: $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

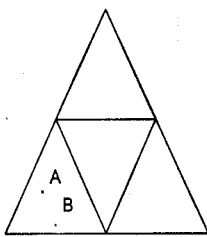
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

دانلود نمونه سؤالات از سایت ریاضی سرا

باسمه تعالی

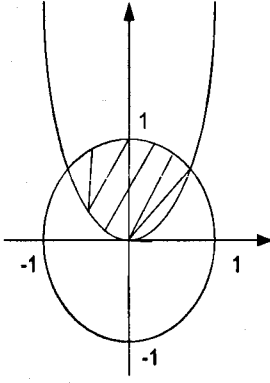
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p><math>P(1): 1 = (1)^2 \quad (0/25)</math></p> <p><math>P(K): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) = k^2 \quad (0/25)</math></p> <p><math>P(K+1): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = (k+1)^2 \quad (0/25)</math></p> <p><math>P(K+1): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = k^2 + (2k+1) \quad (0/5)</math></p> <p><math>= (k^2 + 2k + 1) = (k+1)^2 \quad (0/25)</math></p>	۱/۵
۲	هر مثلث نقض (۰/۵) نمره	۱
۳	<p>سطح مثلث را به ۴ مثلث مساوی تقسیم می کنیم.</p> <p>۴ مثلث را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) بنابر اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مثلث های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵)</p> <p>طول هر ضلع مثلث کوچک <math>\frac{1}{4}</math> می باشد. بنابر این حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از <math>\frac{1}{4}</math> است. (۰/۲۵)</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۱
۴	<p><math>\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b} \Rightarrow a+b+2\sqrt{ab} \geq a+b \Rightarrow 2\sqrt{ab} \geq 0 \quad (0/25)</math></p> <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابر این تمامی روابط برگشت پذیر است. (۰/۵)</p>	۱
۵	<p><math>\sqrt{3} = a - 2 \Rightarrow (a \text{ گویا}) \Rightarrow 2 + \sqrt{3} = a \quad (0/25)</math> (گنگ نیست)</p> <p><math>2 + \sqrt{3} \quad (0/25)</math> فرض خلف</p> <p>یک عبارت گویا با عبارت گنگ برابر نیست بنابراین به تناقض رسیده ایم، حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)</p>	۱
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

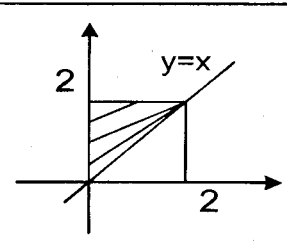
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	الف) $A = \{2, 4\}$ (۰/۲۵) $B = \{1, 2, 3\}$ (۰/۲۵) $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2,1), (2,2), (2,3), (4,1), (4,2), (4,3)\} \cap \{(1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4)\} =$ (۰/۲۵) ب) $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2,2)\}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۷	$(A \cup B) - A = (A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = \Phi \cup (B - A) = B - A$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۱
۸	رسم هر نمودار (۰/۵) تعیین ناحیه سایه دار (۰/۲۵) 	۱/۲۵
۹	۱) بازتابی است. (۰/۲۵) $(x, y) R(x, y) \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{x}{y^2}$ تقارنی است (۰/۲۵) $(x, y) R(z, t) \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2} \Rightarrow \frac{z}{t^2} = \frac{x}{y^2} \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ تعدی است (۰/۵) $(x, y) R(z, t) \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2}$ $(z, t) R(e, f) \Rightarrow \frac{z}{t^2} = \frac{e}{f^2} \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{e}{f^2} \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ب) (۰/۲۵) $[(2, -1)] = \{(x, y) \in Z^2 - \{(0,0)\} \mid (x, y) R(2, -1)\} = \{(x, y) \mid x = 2y^2\}$ (۰/۵)	۲

«ادامه در صفحه ی سوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>الف) <math>S = \{1, 2, \dots, 19\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>A = \{1, 3, 5, \dots, 19\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>پ) <math>B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ت) <math>A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19\} - \{3, 9, 15\} = \{1, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 17, 18, 19\}</math>  (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۲
۱۱	<p><math>n(S) = \binom{10}{3} = 120</math> (۰/۲۵)      <math>n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{6}{2} = 60</math> (۰/۷۵)</p> <p><math>p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}</math> (۰/۲۵)      <math>\Rightarrow p(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۲	<p><math>p(a) + p(b) + p(c) = 1</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>2p(b) + p(b) + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow p(b) = \frac{1}{4} \Rightarrow p(a) = \frac{1}{2}</math>  (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۳	<p><math>P = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{10}{8}}{2^{10}}</math> (۰/۵) صورت و مخرج کسر هر قسمت</p>	۱
۱۴	<p><math>S = \{(x, y) \mid 0 &lt; x &lt; 2, 0 &lt; y &lt; 2\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>A = \{(x, y) \mid \frac{x}{y} &lt; 1\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(A) = \frac{aA}{a_S} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}</math> (۰/۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۷۵)</p> 	۱/۷۵
۱۵	<p><math>P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B)</math> (۰/۵)</p>	۱/۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.