

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۹	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < \frac{x-1}{3} < 2 \right\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x+1 \leq 2\}$ باشد. $A \cup B$ و $A \cap B$ را به صورت بازه بنویسید.	۱
۲	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x+1 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس مقدار عددی $f(-\sqrt{2})$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۳	دو تابع $y = x^2 + ax + b$ و $y = x + 2b$ مفروضند. a, b را طوری بیابید که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای بطل ۲ یکدیگر را قطع کنند.	۱
۴	تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = -2x+1$ داده شده است. (الف) دامنه‌ی توابع f و g را به دست آورید. (ب) ضابطه‌ی تابع $f \circ g$ و دامنه‌ی $f \circ g$ را با استفاده از تعریف تعیین کنید. (ج) مقدار عددی $(f \circ g)(1)$ را محاسبه نمایید.	۱/۵
۵	با توجه به نمودار تابع f حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$	۱/۲۵
۶	اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 4a} & x \geq 2 \\ x+b & -2 \leq x < 2 \\ x^2 + bx + 3a & x < -2 \end{cases}$ باشد a, b را طوری بیابید که تابع f در نقطه‌ی $x = -2$ دارای حد بوده و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ باشد.	۱/۵
	« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »	

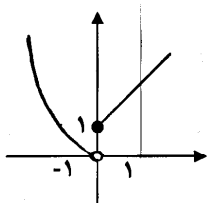
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۹	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۷	هر یک از حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 6x + 5}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{2x + 3}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos 2x}$ د) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ و) $\lim_{x \rightarrow \pi} \cot x$	۳/۷۵
۸	a, b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - x} = -\frac{2}{3}$ باشد.	۰/۵
۹	$f(x) = \begin{cases} [2x-2] & x > 1 \\ 3x-1 & x = 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & x < 1 \end{cases}$ تابع پیوستگی تابع را در نقطه ی $x=1$ بررسی کنید.	۱/۵
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $y = \sqrt{4-x}$ را بدست آورید.	۱
۱۱	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^3 - 2x + 1)^4 + \frac{1}{2x+1}$ ب) $g(x) = \sin \sqrt{x} \cdot \cos 2x$ ج) $h(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^3}$	۲/۵
۱۲	معادله خط قائم بر منحنی $y = (\frac{x}{4})^2 - 1$ را در نقطه ای بطول ۲ واقع بر منحنی بنویسید.	۱
۱۳	تابع $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ مفروض است a, b, c را طوری بیابید که نقطه ی $(-1, 1)$ اکسترم منحنی و طول نقطه ی عطف آن باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 3x$ را رسم کنید.	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$A: -3 < x - 1 < 6 \rightarrow -2 < x < 7$ (۰/۲۵) $A \cap B = (-2, 1]$ (۰/۲۵) $B: -2 \leq x + 1 \leq 2 \rightarrow -3 \leq x \leq 1$ (۰/۲۵) $A \cup B = [-3, 7]$ (۰/۲۵)	۱
۲	$f(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^2 = 2$ (۰/۲۵)  (۰/۵)	۰/۷۵
۳	$0 = 2 + 2b \Rightarrow b = -1$ (۰/۵) $0 = 4 + 2a + b \rightarrow 4 + 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$ (۰/۵)	۱
۴	الف) $D_f: 1 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow D_f = (-\infty, 1]$ (۰/۲۵) $D_g = \mathbb{R}$ (۰/۲۵) ب) $\text{fog}(x) = \sqrt{1 + 2x - 1} = \sqrt{2x}$ (۰/۲۵) $D_{\text{fog}} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -2x + 1 \leq 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -2x \leq 0\} = [0, +\infty)$ (۰/۲۵) ج) $(2f + g)(1) = 2f(1) + g(1) = 2\sqrt{0} + (-1) = -1$ (۰/۲۵)	۱/۵
۵	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$ موجود نیست (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$ (۰/۲۵) الف) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ \Rightarrow پس حد تابع در نقطه $x = 1$ وجود ندارد (۰/۵)	۱/۲۵
۶	$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \rightarrow 4 - 2b + 3a = -2 + b \rightarrow 3b - 3a = 6 \rightarrow b - a = 2$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \rightarrow \sqrt{2 \times 4 - 2a} = 2 \rightarrow 8 - 4a = 4 \rightarrow a = 1$ (۰/۲۵) $b - a = 2 \rightarrow b - 1 = 2 \rightarrow b = 3$ (۰/۲۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

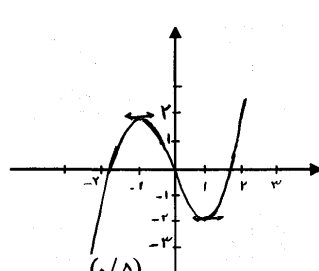
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸	اداره: کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 6x + 5} \times \frac{2 + \sqrt{x-1}}{2 + \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\overbrace{4-x+1}^{\delta-x}}{(x-5)(x-1)(2+\sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(x-1)(2+\sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4 \times 4} = \frac{-1}{16} \quad (0.25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x }{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x} = \frac{-1}{2} \quad (0.25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin^3 x}{2 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin^3 x}{2 \sin^2 x} = \frac{3}{2} \quad (0.5)$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4}{0^-} = -\infty \quad (0.5)$</p> <p>و) $\lim_{x \rightarrow \pi} \cot x = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \cot x = +\infty \quad (0.25) \\ \lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x = -\infty \quad (0.25) \end{cases}$</p>	۳/۷۵
۸	<p>$b = 3 \quad (0.25) \quad \frac{a}{6} = \frac{-2}{3} \rightarrow a = -4 \quad (0.25)$</p>	۰/۵
۹	<p>شرط پیوستگی $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \quad (0.25)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = [2 \times 1^+ - 2] = 0$ حد راست (0.25)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2$ حد چپ (0.5)</p> <p>$f(1) = 2$ مقدار تابع (0.25)</p> <p>پس تابع در نقطه $x = 1$ پیوسته نیست $\rightarrow 2 \neq 0 \quad (0.25)$</p>	۱/۵
۱۰	<p>$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x-\Delta x} - \sqrt{4-x}}{\Delta x} \times \frac{\sqrt{4-x-\Delta x} + \sqrt{4-x}}{\sqrt{4-x-\Delta x} + \sqrt{4-x}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{4-x-\Delta x-4+x}{\Delta x(\sqrt{4-x-\Delta x} + \sqrt{4-x})} = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} \quad (0.25)$</p>	۱
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸	اداره: کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																									
۲/۵	<p>الف) $f'(x) = 4(3x^2 - 2)(x^3 - 2x + 1)^3 + \frac{-2}{(2x+1)^2}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x} \times \cos 2x - 2 \sin 2x \times \sin \sqrt{x}$ (۰/۵)</p> <p>ج) $h'(x) = \frac{\frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} \times x^2 - 3x^2(\sqrt{4-x^2})}{x^6}$ (۰/۷۵)</p>	۱۱																									
۱	<p>$y' = 3 \times \frac{1}{2} (\frac{x}{2})^2 \rightarrow m = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \rightarrow m' = \frac{-2}{3}$ (۰/۲۵) $x = 2 \rightarrow y = (\frac{2}{3})^3 - 1 = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$y - y_1 = m'(x - x_1) \rightarrow y - 0 = \frac{-2}{3}(x - 2) \rightarrow 3y = -2x + 4$ (۰/۲۵)</p>	۱۲																									
۱/۲۵	<p>$y' = 3x^2 + 2ax + b$ (۰/۲۵) $y'' = 6x + 2a$ (۰/۲۵)</p> <p>اکسترمم $(1, -1) \rightarrow \begin{cases} -1 = 1 + a + b + c \\ 0 = 3 + 2a + b \end{cases}$</p> <p>$x = 2 \rightarrow 0 = 12 + 2a \rightarrow a = -6$ (۰/۲۵)</p> <p>$3 + 2a + b = 0 \rightarrow 3 - 12 + b = 0 \rightarrow b = 9$ (۰/۲۵)</p> <p>$-2 = a + b + c \rightarrow -2 = -6 + 9 + c \rightarrow c = -5$ (۰/۲۵)</p>	۱۳																									
۱/۵	<p>$y' = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x = 1, & y = -2 \\ x = -1, & y = 2 \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>$y'' = 6x = 0 \rightarrow x = 0, y = 0$ (۰/۲۵)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵) max min</p>	x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y	$-\infty$	-2	2	0	-2	2	$+\infty$	 <p>(۰/۵)</p>	۱۴
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$																				
y'		+	0	-	0	+																					
y	$-\infty$	-2	2	0	-2	2	$+\infty$																				
۲۰	جمع نمره																										

باسلام و خسته نباشید

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.