

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = (-3, 2]$ و $B = (0, +\infty)$ و $C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -4 < 2x - 6 \leq 0\}$ باشند، حاصل $(A \cap B) \cup C$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۲	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 0 \\ 2-x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس مقدار عددی $f(1-\sqrt{3})$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۳	دامنه توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = \log_x(1-x^2)$ ب) $g(x) = \sqrt[3]{\frac{5}{x^2+x-12}}$	۱/۵
۴	اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = ax^2 + bx + c$ باشند، a, b, c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: $(f \circ g)(x) = x^2 - 3x + 4$	۱
۵	نمودار تابع f به شکل زیر داده شده است، حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) - 3f(2)$	۱
۶	ایا تابع $f(x) = (x-2)[x] + 2x - 4$ در نقطه‌ی $x=1$ حد دارد؟ چرا؟	۱
۷	حد توابع زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + \sqrt{6-x}}{x+3}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+5}{2-x}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+7}{6x + \sqrt{4x^2-1}}$ ه) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{6}) - 2\cos(3x)}{\tan^2 x}$	۴/۲۵
« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »		

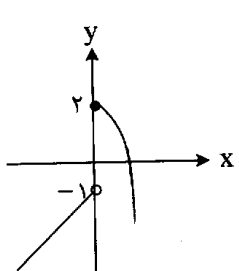
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته ی : علوم تجربی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 3)(x^2 + x + 1)}$ را تعیین کنید.	۱
۹	مقادیر عددی a, b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3 - 2ax^2 & x < -1 \\ 2x & x = -1 \\ a x^2 - 1 + 2b & x > -1 \end{cases}$ در نقطه ی $x = -1$ پیوسته باشد.	۱/۵
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{(2x+3)^2}{5x-1}$ ب) $g(x) = (x^2 - x + 5) \times \sqrt{4+2x}$ ج) $h(x) = \tan(4x+1) + \cos(3x^2)$	۲/۵
۱۱	اگر $f(t) = 30 + 10t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری باشد (t زمان بر حسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در 5 ساعت اول پس از زمان $t_0 = 2$ به دست آورید.	۱
۱۲	معادله خط مماس بر منحنی $y = \frac{x+3}{1-x}$ را در نقطه ی تقاطعش با محور طول ها بنویسید.	۱
۱۳	تابع $y = x^3 + ax^2 + b$ مفروض است، مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که $I(-2, 1)$ نقطه ی عطف منحنی باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = -x^3 + 3x^2$ را رسم کنید.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی نایبستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$-4 < 2x - 6 \leq 0 \Rightarrow 2 < 2x \leq 6 \Rightarrow 1 < x \leq 3 \quad (0/25)$ $A \cap B = (0, 2] \quad (0/25)$ $(A \cap B) \cup C = (0, 3] \quad (0/25)$	0/75
۲	$f(1 - \sqrt{3}) = (1 - \sqrt{3}) - 1 = -\sqrt{3} \quad (0/25)$  رسم سهمی (0/25) رسم خط (0/25)	0/75
۳	الف) $\begin{cases} 1 - x^2 > 0 \Rightarrow -1 < x < 1 & (0/25) \\ x > 0 & \\ x \neq 1 & (0/25) \end{cases} \Rightarrow D = 0 < x < 1 \quad (0/25)$ ب) $x^2 + x - 12 \neq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 4) \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{3, -4\} \quad (0/5)$	1/5
۴	$\log(x) = f(g(x)) = f(ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + c + a \quad (0/25)$ $ax^2 + bx + (a + c) = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 & (0/25) \\ b = -3 & (0/25) \\ a + c = 4 \Rightarrow c = 3 & (0/25) \end{cases}$	1
۵	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) - 3f(2) = 2 + 1 - 3(3) = -6 \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$	1
۶	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} ((x - 2)[x] + 2x - 4) = (1 - 2)[1^+] + 2 - 4 = -1 \times 1 - 2 = -3 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = (1 - 2)[1^-] + 2 - 4 = -1 \times 0 - 2 = -2 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad (0/25) \Rightarrow (0/25) \text{ تابع در } x = 1 \text{ حد ندارد.}$	1
« ادامه در صفحه ی دوم »		

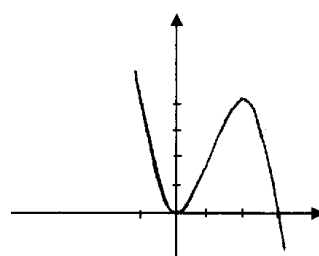
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{3x^2} = \frac{2}{3}$ (۰/۵) $\frac{0}{0} \rightarrow$ رفع ابهام (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + \sqrt{6-x}}{x+3} \times \frac{x - \sqrt{6-x}}{x - \sqrt{6-x}} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 6 + x}{(x+3)(x - \sqrt{6-x})} =$ $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x - \sqrt{6-x})} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-2}{x - \sqrt{6-x}} = \frac{-5}{-6} = \frac{5}{6}$ (۰/۲۵) $\frac{0}{0} \rightarrow$ رفع ابهام (۰/۲۵)</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 5}{2-x} = \frac{9}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵) $\frac{\infty}{\infty} \rightarrow$ رفع ابهام (۰/۲۵)</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{6x + \sqrt{4x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{6x + 2x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{6x - 2x} = -\frac{3}{4}$ (۰/۲۵) $\frac{\infty}{\infty} \rightarrow$ رفع ابهام (۰/۲۵)</p> <p>هـ) $\text{جواب حد} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}) - 2\cos(\pi)}{\tan^2(\frac{\pi}{3})} = \frac{1+2}{3} = 1$ (۰/۲۵)</p>	۴/۲۵
۸	<p>طول نقاط ناپیوستگی $(x^2 - 3)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ (۰/۵) $x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$ (۰/۲۵)</p>	۱
۹	<p>شرط پیوستگی $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = a (-1)^2 - 1 + 2b = 2b$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 3 - 2a(-1)^2 = 3 - 2a$ (۰/۲۵) $f(-1) = 2(-1) = -2$ (۰/۲۵) $2b = -2 \Rightarrow b = -1$ (۰/۲۵) $3 - 2a = -2 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۶ / ۷ / ۱۳۸۸
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																								
۱۰	<p>(۰/۵)</p> <p>الف) $f'(x) = \frac{2(2)(2x+3)(5x-1) - 5(2x+3)^2}{(5x-1)^2}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $g'(x) = (2x-1)\sqrt{4+2x} + \frac{2}{2\sqrt{4+2x}} \times (x^2 - x + 5)$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $h'(x) = 4(1 + \tan^2(4x+1)) - 6x \sin(3x^2)$ (۰/۲۵)</p>	۲/۵																								
۱۱	<p>۱</p> <p>$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{30 + 10(7)^2 - (30 + 10(2)^2)}{7 - 2} = \frac{450}{5} = 90$ (۰/۲۵)</p>	۱																								
۱۲	<p>۱</p> <p>$y=0 \Rightarrow x+3=0 \Rightarrow x=-3$ $(-3,0)$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = \frac{3}{(1-x)^2} \xrightarrow{x=-3} m = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{4}(x + 3) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ (۰/۲۵)</p>	۱																								
۱۳	<p>۱/۲۵</p> <p>$y' = 3x^2 + 2ax$ (۰/۲۵)</p> <p>$y'' = 6x + 2a \xrightarrow{x=-2} -12 + 2a = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 6$ (۰/۲۵)</p> <p>$I \in \text{منحنی} \Rightarrow 1 = -8 + 4a + b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow b = -15$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵																								
۱۴	<p>۱/۵</p> <p>$y' = -3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0, & y=0 \quad (۰/۲۵) \\ x=2, & y=4 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$</p> <p>$y'' = -6x + 6 = 0 \Rightarrow x=1$ (۰/۲۵)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>↘</td> <td>4</td> <td>↘</td> <td>0</td> <td>↗</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵) min max (۰/۲۵)</p> 	x	$-\infty$	-1	0	1	2	3	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-		y	$+\infty$	↘	4	↘	0	↗	$+\infty$	۱/۵
x	$-\infty$	-1	0	1	2	3	$+\infty$																			
y'		-	0	+	0	-																				
y	$+\infty$	↘	4	↘	0	↗	$+\infty$																			
۲۰	باسلام، مصححین محترم، لطفاً برای راه حل‌های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم ننمایید.	جمع نمره																								