

نام کلاس : رشته تحصیلی : ریاضی شماره امضاء	دبیرستان ۱۷ شهریور جوانمردی تاریخ آزمون : ۱۳۹۲ / ۱۰ / مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه نام و نام خانوادگی :
--	---

طراح سوالات : داراب حسن پور (۱۲ سوال در ۳ صفحه طراحی شده است)

ردیف	سوالات	نمره
۱	<p>در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>هر مجموعه $\{a_n\}$ از اعداد حقیقی که دارای کران بالا باشد دارای کران \sup است.</p> <p>مجموعه $A \subseteq \mathbb{R}$ را از پایین کراندار می نامیم هر گاه $a \in A$ موجود باشد که برای هر $x \in A$ همواره $a \leq x$.</p>	۰/۵ ۰/۵
۲	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف (هرگاه $\{a_n\}$ دنباله ای نزولی و c عدد ثابتی باشد دنباله $\{ca_n\}$ نیز نزولی است .) <input checked="" type="checkbox"/> ص <input type="checkbox"/> غ</p> <p>ب (اگر برای هر عدد حقیقی a و k داشته باشیم $a > k$ آنگاه می توان گفت : $a > k$) <input checked="" type="checkbox"/> ص <input type="checkbox"/> غ</p>	۱
۳	<p>جوابهایی از نامعادله $x^2 - 2 < 3$ را به دست آورید که در بازه $(\frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{2})$ قرار داشته باشد.</p> <p>$x^2 - 2 < 3 \rightarrow -3 < x^2 - 2 < 3 \rightarrow -1 < x^2 < 5$</p> <p>$x^2 > -1$ حساب برقرار</p> <p>$x^2 < 5 \Rightarrow x < \sqrt{5} \rightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$</p> <p>محاسبه برقرار</p>	۱/۵
۴	<p>برای چندین جمله ی اولیه ، فاصله ی جملات دنباله $\left\{ \frac{2n}{n+1} \right\}$ را تا ۲ حساب کنید . n از چه عددی باید بزرگتر باشد تا نابرابری $\left \frac{2n}{n+1} - 2 \right < \frac{1}{100}$ برقرار باشد.</p> <p>$a_n = \left\{ \frac{2n}{n+1} \right\} \rightarrow a_1 = 1 \Rightarrow a_1 - 2 = -1$</p> <p>$a_2 = \frac{4}{3} \rightarrow a_2 - 2 = -\frac{2}{3}$</p> <p>$a_3 = \frac{6}{4} \rightarrow a_3 - 2 = -\frac{1}{2}$</p> <p>$a_4 = \frac{8}{5} \rightarrow a_4 - 2 = -\frac{2}{5}$</p> <p>$\left \frac{2n}{n+1} - 2 \right < \frac{1}{100} \Rightarrow \left \frac{-2}{n+1} \right < \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{n+1}{2} > 100$</p> <p>$\Rightarrow n+1 > 200 \rightarrow n > 199 \rightarrow n \geq 200$</p>	۱/۵
۵	<p>کرانداري ، مثبت يا منفی بودن جملات ، یکنوایی و همگرایی دنباله $\left\{ n \cos \frac{n\pi}{2} \right\}$ را بررسی کنید.</p> <p>$a_n = \left\{ n \cos \frac{n\pi}{2} \right\} \rightarrow a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = -3, a_4 = 0, a_5 = 5, \dots$</p> <p>- براین دنباله مقدار $\frac{n\pi}{2}$ کران بالا ، پایین ندارد پس کراندار نیست .</p> <p>- مقدار آن نوسانی است . همگرا نیست (دیراست)</p> <p>- جملات آن مثبت و منفی می شوند پس نه صعودی است و نه نزولی .</p>	۲

نام کلاس : رشته تحصیلی : ریاضی نمره : امضاء	دبیرستان ۱۷ شهریور جوانمردی تاریخ آزمون : ۱۳۹۲ / ۱۰ / مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه نام و نام خانوادگی :
---	---

طراح سئوالات : داراب حسن پور ***** (۱۲ سوال در ۳ صفحه طراحی شده است.) *****

ردیف	سئوالات	نمره
۶	<p>نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم کرده و تعداد نقاط ناپیوستگی آن را در این بازه معین کنید.</p> <p>بازه $[-1, 1]$ نمودار منحنی را خواهم دید که در $x = -1$ پیوستگی را دست برداریم پیوسته است - در $x = 1$ نیز پیوسته است.</p>	۲
۷	<p>اعداد a و b را چنان بیابید که داشته باشیم : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{ax-b}-3}{x-2} = 1$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{ax-b}-3}{x-2} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{ax-b}-3}{x-2} \cdot \frac{\sqrt{ax-b}+3}{\sqrt{ax-b}+3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax-b-9}{(x-2)(\sqrt{ax-b}+3)} = 1$</p> <p>بنابراین : $ax-b-9 \equiv x-2 \Rightarrow a=1$ $-b-9 = -2 \Rightarrow b = -7$</p>	۱/۵
۸	<p>ثابت کنید : $\lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor = 1$</p> <p>ما داریم به ازای هر عدد حقیقی a : $a-1 < [a] \leq a$ با $a = \frac{1}{x}$</p> <p>همینا به عبارتی x ضرب کنیم ،</p> <p>$\Rightarrow \frac{1}{x} - 1 < [\frac{1}{x}] \leq \frac{1}{x}$</p> <p>$\begin{cases} x > 0 \rightarrow 1-x < x [\frac{1}{x}] \leq 1 \\ x < 0 \rightarrow 1 \leq x [\frac{1}{x}] < 1-x \end{cases}$</p> <p>بنابراین $\lim_{x \rightarrow 0} x [\frac{1}{x}] = 1$</p>	۱/۵
۹	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^2 - 9}{x} =$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 6x + 9 - 9}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 6x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x + 6) = 6$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 4) \sin \left(\frac{1}{x-4} \right) =$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 4) \cdot \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x-4} \right) = 0 \times \text{کرنشدار} = 0$</p>	۳/۵

نام کلاس : رشته تحصیلی : ریاضی نمره : امضاء	دبیرستان ۱۷ شهریور جوانمردی تاریخ آزمون : ۱۳۹۲ / ۱۰ / مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه نام و نام خانوادگی :
---	---

طراح سوالات : داراب حسن پور (۱۲ سوال در ۳ صفحه طراحی شده است.)

ردیف	سوالات	نمره
	<p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2} [x] + [-x] = -1$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2 - \sqrt{x}) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{\lambda} = 0 \times \infty$</p> <p>$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 - \sqrt{x}}{\cot \frac{\pi x}{\lambda}} \stackrel{\text{Hôp}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{-\frac{\pi}{\lambda}(1 + \cot \frac{\pi x}{\lambda})}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{-\frac{\pi}{\lambda}(1 + 0)} = \frac{2}{\pi}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} [x] + [-x] = -1$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} [x] + [-x] = -1$</p>	
۱۰	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ داده شده است. مقدار a را چنان انتخاب کنید که تابع در $x = 0$ پیوسته باشد.</p> <p>شرط پیوستگی: (مقدار تابع = حد تابع)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}} = 0$</p> <p>$f(0) = a \Rightarrow a = 0$</p>	۱/۵
۱۱	<p>تابع با ضابطه $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + x^2$ مفروض است. نشان دهید خط $y = \sqrt{17}$ نمودار تابع f را در بازه $[2, 3]$ قطع می کند.</p> <p>چون f در R پیوسته است پس در بازه $[2, 3]$ نیز پیوسته است</p> <p>$f(2) = 4$ $f(3) = 9$</p> <p>$\Rightarrow f(2) < \sqrt{17} < f(3) \xrightarrow{\text{قضیه خوارزمی}} \exists c \in [2, 3] : f(c) = \sqrt{17}$</p> <p>پس خط $y = \sqrt{17}$ نمودار f را قطع می کند.</p>	۱/۵
۱۲	<p>تمام مجانب های تابع به معادله $y = 2x - 1 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}}$ را بیابید.</p> <p>میانهای قائم</p> <p>اگر $y \rightarrow \infty \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$</p> <p>اگر $y = \infty$ میانب افقی ندارد</p>	۱/۵
۲۰	جمع نمرات	

صفحه ۳

سریعتر و آسانتر جواب دهید

لطفاً چنان جواب بدهید که

۹۵٪

حساب و دیفرانسیل

میانهای متان

$y = mx + b$

$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{x} + \frac{x^2}{x\sqrt{x^2-4}} \right) = 2 + 1 = 3$

$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x-1 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}} - 3x \right) = -1$