

تاریخ آزمون: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۷  
مدت زمان آزمون: ۱۱۰ دقیقه  
مهر آموزشگاه:

حساب و دیفرانسیل نوبت اول  
پیدا پاهنر چوانمردی

نام و نام خانوادگی:  
نام پدر:  
نمره دانش آموز:  
امضاء:



ردیف	سئوالات	نمره
۱	ثابت کنید وارون هر عدد حقیقی (غیر صفر) منحصر بفرد است.	۱
۱.۴	فرض کنید $y_1$ و $y_2$ هر دو وارون $x$ باشند پس: $xy_1 = 1$ , $xy_2 = 1$ $y_1 = y_1 \times 1 = y_1 (xy_2) = (y_1 x) y_2 = 1 \times y_2 = y_2$	۱
۲	کدام یک از اعداد زیر گویا و کدام یک گنگ است؟ الف) $\sqrt{5}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ د) $\log 3$	۱
۱.۴	الف) گنگ    ب) گویا    ج) گویا    د) گنگ	۱
۳	اشتراک دو بازه $(-1, 6)$ و $(-2, 4)$ را به صورت یک همسایگی متقارن نوشته و مرکز و شعاع آن را تعیین کنید.	۱
۱.۴	$(-2, 4) \cap (-1, 6) = (-1, 4)$ , $a = \frac{3}{2}$ , $r = \frac{5}{2}$	۱
۴	با استفاده از تعریف حد دنباله ها، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ 2 - \left( \frac{1}{2} \right)^n \right\}$ همگرا به ۲ است.	۱/۷۵
۱.۴	$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists M \in \mathbb{N} \quad \ni n \geq M \Rightarrow  a_n - L  < \varepsilon$ $\left  2 - \left( \frac{1}{2} \right)^n - 2 \right  < \varepsilon \Rightarrow \left  \left( \frac{1}{2} \right)^n \right  < \varepsilon \Rightarrow \left( \frac{1}{2} \right)^n < \varepsilon \Rightarrow n > \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon \Rightarrow M = \left\lceil \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon \right\rceil + 1$	۱
۵	به کمک تعریف، ثابت کنید دنباله ی $\{n^2\}$ واگرا به $+\infty$ است.	۱/۵
۱.۴	فرض کنیم $K > 0$ عدد مثبت دلخواهی باشد باید نشان دهیم از شماره ای به بعد $n^2 > K$ . پس شماره ای مانند $M$ است که هرگاه $n \geq K$ ، $n^2 > K$ در اینجا $K$ معلوم مسئله است، اما نامساوی $n^2 > K$ معادل $n > \sqrt{K}$ می باشد. می توانیم شماره $M$ مجهول را $M = \lceil \sqrt{K} \rceil + 1$ اختیار کنیم.	۱
۶	به کمک قضیه فشردگی، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$ همگراست.	۱/۵
۱.۴	می دانیم همواره $-1 \leq \sin x \leq 1$ در نتیجه برای هر عدد طبیعی $n$ ، $\frac{-1}{n} \leq \frac{\sin n}{n} \leq \frac{1}{n}$ چون $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n} = 0$ پس طبق قضیه فشردگی $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} = 0$	۱
۷	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید: الف) هر دنباله نزولی و کراندار از پایین، همگرا است.    ب) در بازه $A = 1, 3$ ، عدد ۳ ماکسیمم $A$ است. ج) حد دنباله $a_n = \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{\frac{n}{2}}$ برابر است با: $e^{\frac{1}{2}}$ د) دنباله $\left\{ 3 + \left( \frac{1}{2} \right)^n \right\}$ یک دنباله نزولی است.	۱

تاریخ آزمون: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۷  
مدت زمان آزمون: ۱۱۰ دقیقه  
مهر آموزشگاه:

بسم الله الرحمن الرحيم  
حساب و دیفرانسیل نوبت اول  
بید پاهنر جوافردی



نام و نام خانو  
نام پدر:  
نمره دانش آ  
امضاء

الف ( درست	ب ( نادرست	ج ( نادرست	د ( درست
۸	به کمک تعریف دنباله ای حد، ثابت کنید تابع زیر در $x = 0$ حد ندارد.		۱/۵
			$f(x) = \begin{cases} -x & x > 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$
۹	حاصل حد های زیر را بدون استفاده از هم ارزی و هویتال محاسبه کنید.		۲
	الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-2x}-2$		
	<p>الف)</p> $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3} = \frac{0}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3} \times \frac{\sqrt{x+5}+3}{\sqrt{x+5}+3} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x+5}+3)}{(x-4)} = 6$ <p>ب)</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-2x}-2 \times \frac{\sqrt{x^2-2x}+2}{\sqrt{x^2-2x}+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{ x \sqrt{1-\frac{2}{x}}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{2x} = -1$		
۱۰	ثابت کنید معادله ی $x^2 - x - 1 = 0$ در بازه ی $[1, 2]$ جواب دارد.		۱
	تابع $f(x) = x^2 - x - 1$ چند جمله ای است پس روی هر بازه ی $\mathbb{R}$ از جمله روی بازه ی $[0, 1]$ پیوسته است. از طرفی $f(1) = -1$ و $f(2) = 5$ که با توجه به اینکه $f(1)f(2) < 0$ بنابر قضیه بولتزانو حداقل یک عدد مانند $c$ در بازه ی $(1, 2)$ وجود دارد به طوری که $f(c) = 0$ پس $c$ ریشه معادله ی $f(x) = x^2 - x - 1$ است.		
۱۱	تابع $y = \left\lfloor \frac{3x}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{4x}{3} \right\rfloor$ در بازه ی $[5, 7]$ چند نقطه ی نا پیوستگی دارد؟		۱/۵

تاریخ آزمون: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۷  
مدت زمان آزمون: ۱۱۰ دقیقه  
مهر آموزشگاه:

حساب و دیفرانسیل نوبت اول  
بید پاهنر چوانمردی

نام و نام خانوادگی:  
نام پدر:  
نمره دانش آموز:  
امضاء:



	<p>تابع <math>y = [ax + b]</math> در نقاطی که <math>ax + b</math> مقدار صحیح باشد ناپیوسته است . همچنین می دانیم مجموع یا تفاضل یک تابع پیوسته با یک تابع ناپیوسته ، تابعی ناپیوسته است .</p> $5 \leq x \leq 7 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} \leq \frac{3x}{2} \leq \frac{21}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = 8 \Rightarrow x = \frac{16}{3} \\ \frac{3x}{2} = 9 \Rightarrow x = 6 \\ \frac{3x}{2} = 10 \Rightarrow x = \frac{20}{3} \end{cases} , \frac{20}{3} \leq \frac{4x}{3} \leq \frac{28}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4x}{3} = 7 \Rightarrow x = \frac{21}{4} \\ \frac{4x}{3} = 8 \Rightarrow x = 6 \\ \frac{4x}{3} = 9 \Rightarrow x = \frac{27}{4} \end{cases} \end{cases}$ <p>تابع در نقاط <math>\frac{16}{3}, \frac{20}{3}, \frac{21}{4}, \frac{27}{4}</math> ناپیوسته است . ولی در نقطه ی <math>x = 6</math> باید بررسی شود :</p> $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = [9^-] - [8^-] = 8 - 7 = 1$ $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = [9^+] - [8^+] = 9 - 8 = 1$ <p>یعنی <math>f(x)</math> در نقطه ی <math>x = 6</math> پیوسته است و فقط ۴ نقطه ی ناپیوستگی دارد .</p>	۱۱
۱/۷۵	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری بیابید که تابع زیر در نقطه ی صفر پیوسته باشد .</p> $f(x) = \begin{cases} a + [x] & x < 0 \\ b & x = 0 \\ 3 - x^2 & x > 0 \end{cases}$	۱۲
	<p>شرط پیوستگی تابع این است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در نقطه صفر برابر باشند .</p> $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (3 - x^2) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} (a + [x]) = a - 1 \\ f(0) &= b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a - 1 = 3 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$	۱۳
۲	<p>کلیه مجانب های تابع <math>f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x}} - x</math> را در صورت وجود بیابید .</p>	۱۴

تاریخ آزمون: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۷  
مدت زمان آزمون: ۱۱۰ دقیقه  
مهر آموزشگاه:

بسم الله الرحمن الرحيم  
**حساب و دیفرانسیل نوبت اول**  
بیید پاهنر چوانمردی



نام و نام خانوادگی:  
نام پدر:  
نمره دانش آموز:  
امضاء:

	<p>ابتدا دامنه ی تابع را می یابیم:</p> $\frac{x^2-1}{x} \geq 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$ <p>ریشه ی مخرج یعنی <math>x = 0</math> کاندید مجانب قائم است:</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \sqrt{\frac{x^2-1}{x}} - x \right) = \sqrt{\frac{-1}{0^-}} - 0 = +\infty$ <p>پس <math>x = 0</math> مجانب قائم است.</p> <p>حال مجانب مایل و افقی را بررسی می کنیم، می توان نوشت:</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \sqrt{\frac{x^2-1}{x}} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \sqrt{x^2 - \frac{1}{x}} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2} - x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ( x  - x)$ $\Rightarrow \begin{cases} y = x - x = 0 & \text{for } x \rightarrow +\infty \\ y = -x - x = -2x & \text{for } x \rightarrow -\infty \end{cases}$ <p>بنابراین تابع دارای مجانب قائم <math>x = 0</math> و مجانب افقی <math>y = 0</math> و مجانب مایل <math>y = -2x</math> است.</p>	<p>۱۴</p>
۱/۵	<p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x}g(x)</math> و <math>g(4) = 7</math> و <math>g'(4) = 2</math> باشد مقدار <math>f'(4)</math> را حساب کنید.</p> $f(x) = \sqrt{x}g(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}g(x)$ $f'(4) = g'(4)\sqrt{4} + \frac{1}{2\sqrt{4}}g(4) = 7 \times 2 + \frac{1}{2} \times 8 = 16$	<p>۱۴</p>
۲۰	<p>علم چون بر دل زند یاری شود</p>	<p>جمع نمرات</p>

www.riazisara.ir

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا