

حسین زارع پور دبیر ریاضی از شهرستان آران و بیدگل

۱. برای هر $\varepsilon > 0$ همواره، $2 \leq x + \frac{1}{x} < 2 + \varepsilon$ مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بدست آورید.

۲. همگرایی دنباله‌های زیر را مشخص کنید.

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & n \leq 10 \\ a_{n-1} & n > 10 \end{cases}$$

$$b_n = n \left[\frac{1}{n} \right] \quad c_n = 2n \sin(n\pi) \quad d_n = \left[\frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{n} \right]$$

۳. چند جمله از دنباله $\frac{\cos(n\pi)}{n^2 + 100}$ در نامساوی $|a_n| > \frac{1}{1000}$ صدق می‌کنند.

۴. در دنباله‌های a_n و b_n همواره رابطه‌های زیر برقرار است همگرایی دنباله‌های a_n و b_n تعیین کنید.

$$b_1 + b_2 + \dots + b_n = \frac{n+1}{n!} \quad \text{و} \quad a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{1}{n+1}$$

۵. با انتخاب دنباله‌های مناسب نشان دهید حد توابع زیر موجود نیست.

$$\lim_{x \rightarrow 2} x[x] \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right]$$

۶. تمام نقاط بازه $[0 - 2\pi]$ را تعیین کنید که تابع زیردر آن نقاط حد داشته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\frac{x}{2}) & x \in Q \\ -\sin(\frac{x}{2}) & x \notin Q \end{cases}$$

۷. حدود زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - [x^2]}{1 - \cos x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} [x^2 + x]$$

۸. مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع را بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \notin Z \\ 1 & x \in Z \end{cases}$$

۹. مجانبهای تابع $f(x) = \frac{|x| - 1}{x + 1}$ را بیابید.

۱۰. فرض کنید $f(x) > 0$ و $f(x) + f(x^2) = 2x$ مقدار $f'(1)$ را بدست آورید.

۱۱. با فرض $f(x) = \max\{\sin x, \cos x\}$ مشتق چپ و راست تابع را در نقطه $x_0 = \frac{\pi}{4}$ تعیین کنید.

۱۲. ذره‌ای روی مسیر $y = 2\cos^2 x - 1$ حرکت میکند در کدام نقاط بردار سرعت در جهت بردار $a = i + j$ است.