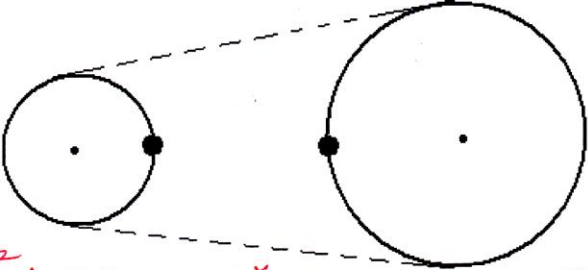


دبیرستان ۱۷ شهریور جوانمردی تاریخ آزمون: ۱۳۹۲/۱۰/..... مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه نام و نام خانوادگی:	نام کلاس: رشته تحصیلی: ریاضی نمره: امضاء:	سوالات حسابان سوم ریاضی نوبت دیمه
--	---	--------------------------------------

طراح سوالات: داراب حسن پور ***** (۱۶ سوال در ۴ صفحه طراحی شده است.) *****

ردیف	س	سوالات	نمره
۱	۱/۲۵	<p>تویی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی رها شود، پس از برخورد به زمین به اندازه $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی خود بالا می رود.</p> <p>فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع ۵ متری برسد. پس از این پرتاب تا زمان ایستادن، توپ چه مسافتی را طی می کند؟</p> <p>حل: $5, 5, \frac{5}{4}, \frac{5}{4}, \frac{5}{16}, \frac{5}{16}, \dots$</p> <p>$\Rightarrow 2(5, \frac{5}{4}, \frac{5}{16}, \dots)$</p> <p>$a = 5, q = \frac{1}{4} < 1$</p> <p>$S_n = \frac{a}{1-q} = \frac{5}{1-\frac{1}{4}} = \frac{5}{\frac{3}{4}} = \frac{20}{3}$</p> <p>$n \rightarrow \infty$ $S_{\infty} = \frac{20}{3}$</p> <p>مسافت کل = $2 \times S_{\infty} = \frac{40}{3}$</p>	
۲	۱/۲۵	<p>اگر $5 + 8 + 11 + \dots + x = 75$ مقدار x را به دست آورید. دنباله حسابی با $a = 5, d = 3$ و $S_n = 75$</p> <p>$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2} = 75 \Rightarrow 3n^2 + 7n - 150 = 0$</p> <p>$n = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 1800}}{6} = \frac{-7 \pm 43}{6}$</p> <p>$n = 4 \rightarrow x = a_4 = 5 + 3 \times 3 = 14$</p>	
۳	۱/۲۵	<p>در شکل مقابل محیط چرخ بزرگ ۴۵ cm و محیط چرخ کوچک ۲۷ cm می باشد این دو چرخ توسط تسمه ای به هم وصل شده اند و تسمه بدون لغزش بر روی چرخها آنها را به حرکت در می آورد. چرخ بزرگ چند دور بزند تا برای بار پنجم دو علامت مقابل هم قرار بگیرند.</p>  <p>دنباله حسابی با $d = a = 135$ لذا،</p> <p>$a_8 = 135 + 7 \times 135 = 945$</p> <p>چرخ بزرگ باید ۱۵ بار بزند $\frac{945}{45} = 21$</p> <p>محیط چرخ بزرگ = $45 = 3 \times 15$</p> <p>محیط چرخ کوچک = $27 = 3 \times 9$</p>	
۴	۱/۵	<p>هر گاه باقیمانده ی تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $x + 3$ و $x - 2$ به ترتیب برابر ۲ و ۷ باشد. باقیمانده ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + x - 6$ را به دست آورید.</p> <p>$f(x) = (x^2 + x - 6)Q(x) + ax + b$</p> <p>$f(3) = 2 \rightarrow -2a + b = 2$</p> <p>$f(2) = 7 \rightarrow 2a + b = 7$</p> <p>$\Rightarrow a = 1, b = 5$</p> <p>باقیمانده $R(x) = x + 5$</p>	

نام کلاس : رشته تحصیلی : ریاضی نمره : امضاء	دبیرستان ۱۷ شهریور جوانمردی تاریخ آزمون : ۱۳۹۲ / ۱۰ / مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه نام و نام خانوادگی :
---	---

***** طراحی سوالات : داراب حسن پور ***** (۱۶ سوال در ۴ صفحه طراحی شده است) *****

ردیف	س	سوالات	نمره
۵	۱/۲۵	<p>در بسط $(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^9$ ضریب جمله ی شامل \sqrt{x} را محاسبه کنید.</p> <p>$t_{k+1} = \binom{9}{k} a^k b^{9-k}$</p> <p>$= \binom{9}{k} (\sqrt{x})^k (-\frac{1}{\sqrt{x}})^{9-k} = \binom{9}{k} (-\frac{1}{\sqrt{x}})^{9-k} x^{\frac{k}{2}}$</p> <p>$\sqrt{x} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{9-k}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 9-k=1 \Rightarrow k=8$</p> <p>ضریب: $\binom{9}{8} (-\frac{1}{\sqrt{x}})^1 = -\frac{9}{\sqrt{x}}$</p>	
۶	۲/۵	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$</p> <p>$\frac{x^2-4}{x(x^2-4)} \rightarrow (x-2) + x(x+2) = 1$</p> <p>$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x=2$ یا $x=-1$</p> <p>ب) $\sqrt{3+\sqrt{x-5}} = \sqrt{13-x}$</p> <p>$5 \leq x \leq 13$</p> <p>$3 + \sqrt{x-5} = 13-x \Rightarrow \sqrt{x-5} = 10-x$</p> <p>$x - 21x + 10.5 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{21 + \sqrt{21}}{2}$ یا $x_2 = \frac{21 - \sqrt{21}}{2}$</p> <p>ج) $(\frac{x^2}{3} - 2)^2 - 11(\frac{x^2}{3} - 2) + 10 = 0$</p> <p>$\Rightarrow y^2 - 11y + 10 = 0 \Rightarrow (y-1)(y-10) = 0$</p> <p>با فرض: $\frac{x^2}{3} - 2 = y$</p> <p>$y=1 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$</p> <p>$y=10 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 10 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$</p>	
۷	۱	<p>در شکل روبه رو سهمی به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب a, b, c و تعداد جوابهای معادله ی $ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.</p> <p>چون سهمی رو به پایین است $a < 0$</p> <p>چون سهمی دو نقطه با محور x ها را در بر می گیرد $\Delta > 0$</p> <p>در سمت چپ محور y قرار دارد $-b > 0 \Rightarrow b < 0$</p> <p>$a_1 < 0 \rightarrow s = \frac{-b}{a} < 0 \rightarrow a < 0$</p> <p>$a_2 < 0$</p>	

$\Rightarrow p = \frac{c}{a} > 0 \rightarrow a < 0 \rightarrow c < 0$

نام کلاس : رشته تحصیلی : ریاضی شماره امضاء	دبیرستان ۱۷ شهریور جوانمردی تاریخ آزمون : ۱۳۹۲ / ۱۰ / مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه نام و نام خانوادگی :
--	---

طراح سؤالات : داراب حسن پور ***** (۱۶ سوال در ۴ صفحه طراحی شده است.) *****

ردیف	سؤالات	نمره
۸	<p>نا معادله ی $x+1 < x^2 - 1$ را با استفاده از روش نموداری (هندسی) حل کنید.</p> <p>$x < -1$ یا $x > 2$</p>	۱
۹	<p>کدام یک از معادلات زیر تابع است ؟</p> <p>الف) $y = x + 2$ تابع هست ب) $x+1 + (y-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ y-1=0 \rightarrow y=1 \end{cases}$ مجموعه ی $\{(-1, 1)\}$ تابع هست</p>	۰/۷۵
۱۰	<p>دامنه ی توابع زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $y = \sqrt{\frac{x+1}{9-x^2}}$ ب) $y = \frac{\sqrt{1-x}}{[x]}$ ج) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$</p> <p>الف) $D = (-\infty, -2) \cup [-2, 3)$ ب) $1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$ $[x] \neq 0 \Rightarrow x \notin [0, 1)$ $D = (-\infty, 0)$ ج) $x - \frac{\pi}{3} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow x \neq k\pi + \frac{5\pi}{6}$ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{5\pi}{6}\}$</p>	۲
۱۱	<p>آیا دو تابع f و g با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ با هم مساویند ؟ چرا ؟ بله زیرا</p> <p>$D_f = D_g$ یعنی $D_f \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \rightarrow D_f = [0, 1]$ $D_g = [0, 1]$ برای هر $x \in D$ داریم : $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x} = \sqrt{x-x^2} = g(x)$</p>	۱
۱۲	<p>وارون پذیری تابع زیر را بررسی و در صورت امکان ضابطه ی وارون آن را به دست آورید.</p> <p>باید نشان دهیم f یک به یک است : $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$ $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1+3} - 5 = \sqrt{x_2+3} - 5 \Rightarrow \sqrt{x_1+3} = \sqrt{x_2+3} \Rightarrow x_1+3 = x_2+3 \Rightarrow x_1 = x_2$ پس وارون پذیر است : $y = \sqrt{x+3} - 5 \Rightarrow x = (y+5)^2 - 3 \Rightarrow f^{-1}(y) = (y+5)^2 - 3$</p>	۱/۵

نام کلاس : رشته تحصیلی : ریاضی نمره : امضاء	دبیرستان ۱۷ شهریور جوانمردی تاریخ آزمون : ۱۳۹۲ / ۱۰ / مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه نام و نام خانوادگی :
---	---

طراح سوالات : داراب حسن پور

ردیف	سوالات	نمره
۱۳	<p>ابتدا نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم نموده سپس با استفاده از آن ، نمودار تابع $g(x) = -2f(x) - 1$ را رسم کنید .</p>	۱/۲۵
۱۵	<p>زوج یا فرد بودن توابع زیر را مشخص کنید .</p> <p>الف) $y = x^x + \cos x$ $D = \mathbb{R}$ متجانس $f(-x) = (-x)^x + \cos(-x) = x^x + \cos x = f(x)$ زوج است</p> <p>ب) $y = \frac{x}{ x +1}$ $D = \mathbb{R}$ متجانس $f(-x) = \frac{-x}{ -x +1} = \frac{-x}{ x +1} = -f(x)$ فرد</p>	۱
۱۶	<p>نمودار تابع $y = [x] + x$ را در فاصله $[-3, 2]$ رسم کنید .</p> <p> $-3 \leq x < -2 \Rightarrow y = x - 3$ $-2 \leq x < -1 \Rightarrow y = x - 2$ $-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x - 1$ $0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x$ $1 \leq x < 2 \Rightarrow y = x + 1$ </p>	۱/۵
جمع نمرات	اگر می‌خواهی پیروزی بری ، شپرد شکست بخور.	۲۰

سرپرست سرعزما شد
 دانا حسن محمدی
 دبیرستان جوانمردی
 دیماه ۹۲