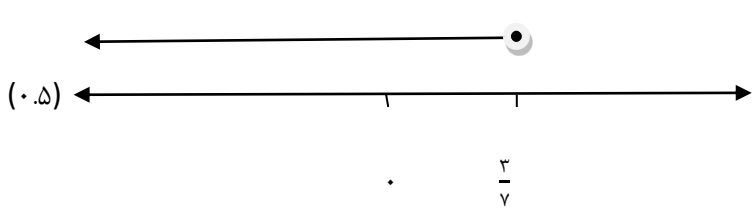


به نام هستی بخش	کلید تصحیح سوالات ریاضی ۱
-----------------	---------------------------

۱	الف) صحیح است: هر عدد طبیعی و هر عدد صحیح را میتوان با مخرج یک در نظر گرفت که در این صورت عددی گویا خواهد بود. (۰.۵) ب) صحیح است. زیرا:	۱
۰.۵	$ \sqrt{2} - \sqrt{3}  = -(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{2} \quad (۰.۲۵)$ $ \sqrt{3} - \sqrt{2}  = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{2} \quad (۰.۲۵)$	
۰.۵	الف) $\frac{(۱+۲+۳+\dots+۱۳۹۱)}{(۱'+۲'+۳'+\dots+۱۳۹۱')} = \frac{(\text{عدد})}{۱+۱+\dots+۱} \quad (۰.۲۵) = \frac{۱}{۱۳۹۱} \quad (۰.۲۵)$ ب) $۵^۲ \times ۰.۰۴ = ۵^۲ \times \frac{۴}{۱۰۰} = ۵^۲ \times (\frac{۲}{۱۰})^۲ \quad (۰.۲۵) = (۵ \times \frac{۲}{۱۰})^۲ = ۱^۲ \quad (۰.۲۵) = ۱$	۲
۰.۵	i) $(\sqrt[۲]{۴} + \sqrt[۲]{۲})^۲ = (\sqrt[۲]{۴})^۲ + (\sqrt[۲]{۲})^۲ + ۲\sqrt[۲]{۴}(\sqrt[۲]{۲})^۲ + ۲(\sqrt[۲]{۴})^۲(\sqrt[۲]{۲}) \quad (۰.۵) = ۶ + ۶\sqrt[۲]{۲} + ۳\sqrt[۲]{۳۲}$	۳
۰.۵	ii) $(a+b)^۲ - (a-b)^۲ = ۴ab \rightarrow a^۲ + b^۲ + ۲ab - (a^۲ + b^۲ - ۲ab) \quad (۰.۵) = ۲ab + ۲ab = ۴ab$	
۱	iii) $a^۲ + ۲a - ۳ = (a-۱)(a+۳) \quad (۰.۵) \quad *** \quad ۲ax^۲ + ۳ax + a = a(۲x + ۱)(x+۱) \quad (۰.۵)$	
۰.۵	$\frac{x}{۴} = ۳x - ۱ \quad (۰.۲۵) \rightarrow ۳x - \frac{x}{۴} = ۱ \rightarrow \frac{۱۱x}{۴} = ۱ \rightarrow x = \frac{۴}{۱۱} \quad (۰.۲۵)$	۴
۱	الف) $ AB  = \sqrt{(۱ - (-۱))^۲ + (۱ - (-۱))^۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲} \quad (۰.۲۵)$ $ BC  = \sqrt{(-۱ - ۳)^۲ + (-۱ - (-۱))^۲} = \sqrt{۱۶} = ۴ \quad (۰.۲۵)$	۵

۰.۵	$ AC  = \sqrt{(1-3)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad (۰.۲۵)$ <p>چون اندازه ی اضلاع در رابطه ی فیثاغریس صدق میکنندو اندازه ی دو ضلع نیز با هم برابر است پس مثلث قائم الزاویه است. (۰.۲۵)</p>	
۲	$m_{AC} = \frac{1-(-1)}{1-3} = -1 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow y-1 = -(x-1) \rightarrow y+x=1$ $\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 1 \\ 2x-y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases} \quad (۰.۵) \rightarrow x=2 \quad (۰.۵) \quad y=0 \quad (۰.۵)$ <p>مختصات تلاقی <math>\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> $\xrightarrow{m=-1} y-0 = -(x-2) \rightarrow y+x=2 \quad (۰.۵)$	۶
۰.۷۵	$x-2y=1 \rightarrow -2y=-x+1 \rightarrow y=\frac{x}{2}-\frac{1}{2} \rightarrow m=\frac{1}{2} \quad (۰.۲۵)$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۰.۲۵) \rightarrow y-0 = \frac{1}{2}(x-3) \rightarrow 2y-x=-3 \quad (۰.۲۵)$	۷
۰.۵	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \text{شیب} = \frac{2-0}{-2-0} = -1 \rightarrow \tan(\alpha) =  \text{شیب}  = 1 \rightarrow \alpha = 45$	۸
۱	<p>الف) <math>\sin^6(x) + \cos^6(x) = (\sin^2(x) + \cos^2(x))(\sin^4(x) - \sin^2(x).\cos^2(x) + \cos^4(x)) = [(\sin^2(x) + \cos^2(x))^2 - 2\sin^2(x).\cos^2(x) - \sin^2(x).\cos^2(x)] = -2\sin^2(x).\cos^2(x)</math></p> <p>ب)</p>	۹
۰.۷۵	$A = \frac{2\sin^2(45) - \cos^2(60)}{1 - \tan^2(0)} = \frac{2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1-0} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$	

	<p>(ج)</p> <p>۱ <math>(\sin(x) + \cos(x))^r = \sin^r(x) + \cos^r(x) + r \sin^r(x) \cdot \cos^r(x) \quad (\cdot.5)</math></p> <p><math>\rightarrow r = 1 + r \sin^r(x) \cdot \cos^r(x) \rightarrow (\sin(x) \cdot \cos(x))^r = 1 \quad (\cdot.25)</math></p> <p><math>\rightarrow \sin(x) \cdot \cos(x) = \pm 1 \quad (\cdot.25)</math></p>	
<p>۰.۷۵ الف) <math>B = A + B - A \rightarrow B = \frac{rx^r-1}{(x+1)^r} - \frac{x-1}{x+1} \quad (\cdot.25)</math></p> <p><math>= \frac{rx^r - 1 - x^r + 1}{(x+1)^r} = \frac{x^r}{(x+1)^r} \quad (\cdot.5)</math></p> <p>۰.۷۵ ب) <math>\frac{1+\frac{a}{b}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = \frac{\frac{a+b}{b}}{\frac{a+b}{ab}} \quad (\cdot.5) = \frac{ab}{b} = a \quad (\cdot.25)</math></p>		۱۰
<p>۱ <math>x^r + x^r \mid x^r - x + 1</math></p> <p><math>x^r + x + 1 \quad (\cdot.25)</math></p> <p><math>x^r - x^r + x^r</math></p> <p>_____</p> <p><math>x^r \quad (\cdot.25)</math></p> <p><math>x^r - x^r + x</math></p> <p>_____</p> <p><math>x^r - x \quad (\cdot.25)</math></p> <p><math>x^r - x + 1</math></p> <p>_____</p> <p><math>-1 \quad (\cdot.25)</math></p>		۱۱

۰.۵	$\frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \times \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} \quad (۰.۲۵) = \frac{(x-1)(\sqrt{x}-1)}{(x-1)} = \sqrt{x}-1 \quad (۰.۲۵)$	۱۲
۱	<p>فیثاغریس <math>\rightarrow (3x-1)^2 = (2x+3)^2 + (x+2)^2 \quad (۰.۲۵)</math></p> $\rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 4x^2 + 16x + 13$ $\rightarrow 4x^2 - 22x - 12 = 0 \rightarrow 2x^2 - 11x - 6 = 0 \quad (۰.۲۵) \rightarrow \Delta = (-11)^2 - 4(2)(-6) = 169$ $\rightarrow x_1, x_2 = \frac{11 \pm 13}{4} \rightarrow x_1 = 6, x_2 = \frac{-1}{2} \quad (غ ق ق) \quad (۰.۲۵)$ $\rightarrow p = 15 + 17 + 8 = 40 \quad \text{محیط} \quad (۰.۲۵)$	۱۳
۱	$x^2 - \frac{x}{5} = \frac{6}{5} \rightarrow x^2 - \frac{x}{5} + \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{6}{5} + \left(\frac{1}{10}\right)^2 \quad (۰.۵) \rightarrow \left(x - \frac{1}{10}\right)^2 = \frac{121}{100} \quad (۰.۲۵)$ $\rightarrow x - \frac{1}{10} = \pm \frac{11}{10}$ $\rightarrow x = \frac{12}{10} \text{ و } x = \frac{-9}{10} \quad (۰.۲۵)$ $7x^2 - 8x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 64 - 28 = 36 \quad (۰.۵) \rightarrow \begin{cases} x = \frac{8+6}{14} = 1 \quad (۰.۲۵) \\ x = \frac{8-6}{14} = \frac{1}{7} \quad (۰.۲۵) \end{cases}$	۱۴
۱	$(x-1)^2 \geq x^2 + \frac{x}{3} \rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq x^2 + \frac{x}{3} \rightarrow 2x + \frac{x}{3} \leq 1 \quad (۰.۲۵) \rightarrow \frac{7}{3}x \leq 1$ $\rightarrow x \leq \frac{3}{7} \quad (۰.۲۵)$ 	۱۵

۱	$a > 1 \rightarrow a^2 < a^3 \quad (0.5) \quad *** \quad 0 < a < 1 \rightarrow a^2 > a^3 \quad (0.5)$	۱۶
	<p style="text-align: right;">سوال امتیازی</p> $\frac{3 \cos(x) - 2 \sin(x)}{2 \sin(x) + 4 \cos(x)} \xrightarrow{\text{تقسیم صورت و مخرج بر } \cos(x)} \frac{3 \frac{\cos(x)}{\cos(x)} - 2 \frac{\sin(x)}{\cos(x)}}{2 \frac{\sin(x)}{\cos(x)} + 4 \frac{\cos(x)}{\sin(x)}} = \frac{3 - 2 \tan(x)}{2 \tan(x) + 4} \quad (0.5)$ $= \frac{-5}{12} \quad (0.5)$ <p>مصححین محترم میتوانند به راه حل های منطقی به تناسب نمره ی سوال را بدهند.</p> <p>با تشکر حسین گمنام</p> <p>آموزش و پرورش زاوه (دبیرستان خاتم الانبیا)</p>	